

南京中考 12 年 (2001-2012) 年数学试题分类解析汇编

专题 2: 代数式和因式分解

一、选择题

1. (江苏省南京市 2002 年 2 分) 计算 $a^6 \div a^2$ 的结果是【 】

A、 a^3 B、 a^4 C、 a^8 D、 a^{12}

【答案】B。

【考点】同底数幂的除法。

【分析】根据同底数幂的除法法则，同底数幂相除，底数不变，指数相减计算即可： $a^6 \div a^2 = a^{6-2} = a^4$ 。故选 B。

2. (江苏省南京市 2002 年 2 分) 下列二次根式中，属于最简二次根式的是【 】

A、 $\sqrt{4a}$ B、 $\sqrt{\frac{a}{4}}$ C、 $\frac{\sqrt{a}}{4}$ D、 $\sqrt{a^4}$

【答案】C。

【考点】最简二次根式。

【分析】判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法，就是逐个检查最简二次根式的两个条件 (1)被开方数的因数是整数，因式是整式；(2)被开方数中不含能开得尽方的因数或因式是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是：

A、 $\sqrt{4a} = 2\sqrt{a}$ ，被开方数含能开得尽方的因数，不是最简二次根式；

B、 $\sqrt{\frac{a}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{a}$ ，被开方数含分母，不是最简二次根式；

C、满足(1)被开方数的因数是整数，因式是整式；(2)被开方数中不含能开得尽方的因数或因式，所以是最简二次根式；

D、 $\sqrt{a^4} = a^2$ ，被开方数含能开得尽方的因数，不是最简二次根式。

故选 C。

3. (江苏省南京市 2003 年 2 分) 计算 $(a^2)^3$ 的结果是【 】

(A) a^5 (B) a^6 (C) a^8 (D) a^9

【答案】B。

【考点】幂的乘方。

【分析】根据幂的乘方，底数不变，指数相乘，计算后直接选取答案： $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$ 。故选 B。

4. (江苏省南京市 2003 年 2 分) 如果 $\sqrt{(x-2)^2} = x-2$ ，那么 x 的取值范围是【 】。

- (A) $x \leq 2$ (B) $x < 2$ (C) $x \geq 2$ (D) $x > 2$

【答案】C。

【考点】二次根式的性质与化简。

【分析】已知等式左边为算术平方根，结果 $x-2$ 为非负数，列不等式求范围：

$$\because \sqrt{(x-2)^2} = x-2, \therefore \text{必有 } x-2 \geq 0, \text{ 即 } x \geq 2. \text{ 故选 C.}$$

5. (江苏省南京市 2004 年 2 分) 计算 $x^6 \div x^3$ 的结果是【 】

- A、 x^9 B、 x^3 C、 x^2 D、2

【答案】B。

【考点】同底数幂的除法

【分析】根据同底数幂相除，底数不变，指数相减，计算即可： $x^6 \div x^3 = x^{6-3} = x^3$ 。故选 B。

6. (江苏省南京市 2005 年 2 分) 计算 $x^3 \cdot x^2$ 的结果是【 】

- A、 x^9 B、 x^8 C、 x^6 D、 x^5

【答案】D。

【考点】同底数幂的乘法

【分析】根据同底数幂相乘，底数不变，指数相加，计算即可： $x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$ 。故选 D。

7. (江苏省南京市 2006 年 2 分) 计算 $(x^3)^2$ 的结果是【 】

- A. x^5 B. x^6 C. x^8 D. x^9

【答案】B。

【考点】幂的乘方。

【分析】根据幂的乘方的法则进行计算： $(x^3)^2 = x^{3 \times 2} = x^6$ 。故选 B。

8. (江苏省南京市 2007 年 2 分) 计算 $x^3 \div x$ 的结果是【 】

- A. x^4 B. x^3 C. x^2 D. 3

【答案】C。

【考点】同底数幂的除法

【分析】同底数幂的除法法则是：底数不变，指数相减： $x^3 \div x = x^{3-1} = x^2$ 。故选 C。

9. (江苏省南京市 2008 年 2 分) 计算 $(ab^2)^3$ 的结果是【 】

- A. ab^5 B. ab^6 C. a^3b^5 D. a^3b^6

【答案】D。

【考点】幂的乘方与积的乘方。

【分析】根据积的乘方的性质进行计算，然后直接选取答案即可： $(ab^2)^3 = a^3b^{2 \times 3} = a^3b^6$ 。故选 D。

10. (江苏省 2009 年 3 分) 计算 $(a^2)^3$ 的结果是【 】

- A. a^5 B. a^6 C. a^8 D. $3a^2$

【答案】B。

【考点】幂的乘方。

【分析】根据幂的乘方，底数不变，指数相乘，计算后直接选取答案： $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$ 。故选 B。

11. (江苏省 2009 年 3 分) 下面是按一定规律排列的一列数：

第 1 个数： $\frac{1}{2} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right)$ ；

第 2 个数： $\frac{1}{3} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right) \left(1 + \frac{(-1)^2}{3}\right) \left(1 + \frac{(-1)^3}{4}\right)$ ；

第 3 个数： $\frac{1}{4} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right) \left(1 + \frac{(-1)^2}{3}\right) \left(1 + \frac{(-1)^3}{4}\right) \left(1 + \frac{(-1)^4}{5}\right) \left(1 + \frac{(-1)^5}{6}\right)$ ；

.....

第 n 个数： $\frac{1}{n+1} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right) \left(1 + \frac{(-1)^2}{3}\right) \left(1 + \frac{(-1)^3}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{(-1)^{2n-1}}{2n}\right)$ 。

那么，在第 10 个数、第 11 个数、第 12 个数、第 13 个数中，最大的数是【 】

- A. 第 10 个数 B. 第 11 个数 C. 第 12 个数 D. 第 13 个数

【答案】A。

【考点】分类归纳（数字的变化类）。

【分析】根据题意找出规律然后依次解得答案进行比较：

第 1 个数： $\frac{1}{2} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right) = 0$ ；

$$\text{第2个数: } \frac{1}{3} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right) \left(1 + \frac{(-1)^2}{3}\right) \left(1 + \frac{(-1)^3}{4}\right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6};$$

$$\text{第3个数: } \frac{1}{4} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right) \left(1 + \frac{(-1)^2}{3}\right) \left(1 + \frac{(-1)^3}{4}\right) \left(1 + \frac{(-1)^4}{5}\right) \left(1 + \frac{(-1)^5}{6}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4};$$

按此规律,

$$\text{第} n-1 \text{个数: } \frac{1}{n} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right) \left(1 + \frac{(-1)^2}{3}\right) \left(1 + \frac{(-1)^3}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{(-1)^{2n-3}}{2n-2}\right) = \frac{1}{n} - \frac{1}{2} = \frac{2-n}{2n};$$

$$\text{第} n \text{个数: } \frac{1}{n+1} - \left(1 + \frac{-1}{2}\right) \left(1 + \frac{(-1)^2}{3}\right) \left(1 + \frac{(-1)^3}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{(-1)^{2n-1}}{2n}\right) = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{2} = \frac{1-n}{2(n+1)}.$$

$$\therefore \frac{2-n}{2n} - \frac{1-n}{2(n+1)} = \frac{(2-n)(n+1) - n(1-n)}{2n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)} > 0,$$

$\therefore n$ 越大, 第 n 个数越小, 所以选 A.

12. (江苏省南京市 2010 年 2 分) 计算 $a^3 a^4$ 的结果是【 】

- A. a^5 B. a^7 C. a^8 D. a^{12}

【答案】B.

【考点】同底数幂的乘法运算.

【分析】根据同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加的运算法则: $a^3 a^4 = a^{3+4} = a^7$. 故选 B.

13. (江苏省南京市 2011 年 2 分) 下列运算正确的是【 】

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $a^3 \div a^2 = a$ D. $(a^2)^3 = a^8$

【答案】C.

【考点】合并同类项, 同底数幂的乘法和除法, 幂的乘方.

【分析】根据合并同类项, 同底数幂的乘法和除法, 幂的乘方的法则运算: A. a^2 与 a^3 不是同类项, 不能合并, 选项错误; B. $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5 \neq a^6$, 选项错误; C. $a^3 \div a^2 = a^{3-2} = a$, 选项正确; D. $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6 \neq a^8$, 选项错误. 故选 C.

14. (2012 江苏南京 2 分) 计算 $(a^2)^3 \div (a^2)^2$ 的结果是【 】

- A. a B. a^2 C. a^3 D. a^4

【答案】B.

【考点】整式的除法, 幂的乘方, 同底幂的除法.

【分析】根据幂的乘方首先进行化简, 再利用同底数幂的除法的运算法则计算后直接选取答案:

$$(a^2)^3 \div (a^2)^2 = a^6 \div a^4 = a^2, \text{ 故选 B.}$$

二、填空题

1. (2001 江苏南京 2 分) 分解因式: $ax^2 + 2ax + a = \underline{\hspace{2cm}}$ ▲.

【答案】 $a(x+1)^2$

【考点】 提公因式法和应用公式法因式分解.

【分析】 要将一个多项式分解因式的一般步骤是首先看各项有没有公因式, 若有公因式, 则把它提取出来, 之后再观察是否是完全平方式或平方差式, 若是就考虑用公式法继续分解因式. 因此, 先提取公因式 a 再应用完全平方公式继续分解即可: $ax^2 + 2ax + a = a(x^2 + 2x + 1) = a(x+1)^2$.

2. (江苏省南京市 2002 年 2 分) 分解因式: $ma - mb + 2a - 2b = \underline{\hspace{2cm}}$ ▲.

【答案】 $(a-b)(m+2)$.

【考点】 分组分解法因式分解.

【分析】 当被分解的式子是四项时, 应考虑运用分组分解法进行分解. 本题前两项、后两项都有公因式, 且分解后还能继续分解, 故使前两项一组, 后两项一组:

$$ma - mb + 2a - 2b = (ma - mb) + (2a - 2b) = m(a - b) + 2(a - b) = (a - b)(m + 2).$$

3. (江苏省南京市 2003 年 2 分) 在实数范围内分解因式: $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ▲.

【答案】 $(x - \sqrt{3})^2$.

【考点】 实数范围内分解因式.

【分析】 把 3 写成 $\sqrt{3}$ 的平方, 然后利用完全平方公式分解因式即可:

$$x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = x^2 - 2\sqrt{3}x + (\sqrt{3})^2 = (x - \sqrt{3})^2.$$

4. (江苏省南京市 2004 年 2 分) 计算: $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b} = \underline{\hspace{2cm}}$ ▲.

【答案】 1.

【考点】 分式的加减法.

【分析】 根据同分母分式相加减的运算法则, 分母不变, 只把分子相加减求解即可:

$$\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} = 1.$$

5. (江苏省南京市 2004 年 2 分) 分解因式: $3x^2 - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ▲.

【答案】 $3(x+1)(x-1)$.

【考点】提公因式法和公式法因式分解。

【分析】首先提取公因式 3，然后运用平方差公式继续进行因式分解：

$$3x^2-3=3(x^2-1)=3(x+1)(x-1)。$$

6. (江苏省 2009 年 3 分) 使 $\sqrt{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是 ▲ 。

【答案】 $x \geq 1$ 。

【考点】二次根式有意义的条件。

【分析】根据二次根式被开方数必须是非负数的条件，要使 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，必须 $x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$ 。

7. (江苏省 2009 年 3 分) 若 $3a^2 - a - 2 = 0$ ，则 $5 + 2a - 6a^2 =$ ▲ 。

【答案】 1。

【考点】代数式求值。

【分析】观察 $3a^2 - a - 2 = 0$ ，找出与代数式 $5 + 2a - 6a^2$ 之间的内在联系后，代入求值：

$$\because 3a^2 - a - 2 = 0, \therefore 3a^2 - a = 2, \therefore 5 + 2a - 6a^2 = 5 - 2(-a + 3a^2) = 5 - 2 \times 2 = 1。$$

8. (江苏省南京市 2010 年 2 分) 计算 $\sqrt{2a} \square \sqrt{8a}$ ($a \geq 0$) 的结果是 ▲ 。

【答案】 $4a$ 。

【考点】二次根式乘法。

【分析】根据二次根式的乘法法则得 $\sqrt{2a} \square \sqrt{8a} = \sqrt{2 \times 8} \square \sqrt{a \square a} = \sqrt{16} \square \sqrt{a^2} = \sqrt{4^2} \square \sqrt{a^2} = 4 \square a = 4a$ 。

9. (2012 江苏南京 2 分) 使 $\sqrt{1-x}$ 有意义的 x 的取值范围是 ▲ 。

【答案】 $x \leq 1$ 。

【考点】二次根式有意义的条件。

【分析】根据二次根式被开方数必须是非负数的条件，要使 $\sqrt{1-x}$ 在实数范围内有意义，必须 $1-x \geq 0$ ，即 $x \leq 1$ 。

三. 解答题

1. (2001 江苏南京 5 分) 计算： $\frac{1}{a-2} + \frac{4}{4-a^2}$ 。

【答案】解：原式 $= \frac{a+2}{(a-2)(a+2)} - \frac{4}{(a-2)(a+2)} = \frac{a-2}{(a-2)(a+2)} = \frac{1}{a+2}$ 。

【考点】分式的加减法。

【分析】先通分，再根据同分母分式加减运算法则求解即可。

2. (江苏省南京市 2002 年 5 分) 计算 $\left(\frac{a^2}{a-b} + \frac{b^2}{b-a}\right) \div \frac{a+b}{ab}$

【答案】解：原式 $= \frac{a^2 - b^2}{a-b} \div \frac{a+b}{ab} = \frac{(a+b)(a-b)}{a-b} \times \frac{ab}{a+b} = ab$ 。

【考点】分式的混合运算

【分析】首先把括号里的式子进行通分，然后把除法运算转化成乘法运算，最后进行约分化简。

3. (江苏省南京市 2003 年 5 分) 计算： $\frac{a^2 - ab}{a^2} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$

【答案】解：原式 $= \frac{a(a-b)}{a^2} \div \left(\frac{a^2 - b^2}{ab}\right) = \frac{a(a-b)}{a^2} \cdot \frac{ab}{(a+b)(a-b)} = \frac{b}{a+b}$ 。

【考点】分式的混合运算。

【分析】先对括号内的异分母分式加减，需要通分，再把除法转化为乘法运算进行计算，约分即可。

4. (江苏省南京市 2005 年 6 分) 计算： $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 2a + 1} \div \frac{a^2 - a}{a + 1}$ 。

【答案】解：原式 $= \frac{a^2 - 1}{a^2 + 2a + 1} \cdot \frac{a + 1}{a^2 - a} = \frac{(a+1)(a-1)}{(a+1)^2} \cdot \frac{a+1}{a(a-1)} = \frac{1}{a}$ 。

【考点】分式的乘除法。

【分析】分式的除法计算首先要转化为乘法运算，然后对式子进行化简，化简的方法就是把分子、分母进行分解因式，然后进行约分。

5. (江苏省南京市 2006 年 6 分) 计算： $\frac{a^2}{a^2 + 2a} \cdot \left(\frac{a^2}{a-2} - \frac{4}{a-2}\right)$ 。

【答案】解：原式 $= \frac{a^2}{a(a+2)} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{a-2} = a$ 。

【考点】分式的混合运算。

【分析】先算括号内的，再算乘法，约分化简即可。第一个分式的分母能因式分解要进行因式分解。

6. (江苏省南京市 2007 年 6 分) 计算： $\frac{a}{a-1} \div \frac{a^2 - a}{a^2 - 1} - \frac{1}{a-1}$ 。

【答案】解：原式 $= \frac{a}{a-1} \cdot \frac{a^2 - 1}{a^2 - a} - \frac{1}{a-1} = \frac{a}{a-1} \cdot \frac{(a-1)(a+1)}{a(a-1)} - \frac{1}{a-1} = \frac{a+1}{a-1} - \frac{1}{a-1} = \frac{a}{a-1}$ 。

【考点】分式的混合运算。

【分析】分式分母能约分的先约分，然后把除法运算转化成乘法运算，再进行加减运算。

7. (江苏省南京市 2008 年 6 分) 先化简，再求值： $(2a+1)^2 - 2(2a+1) + 3$ ，其中 $a = \sqrt{2}$ 。

【答案】解：原式 $= 4a^2 + 4a + 1 - 4a - 2 + 3 = 4a^2 + 2$ 。

当 $a = \sqrt{2}$ 时， $4a^2 + 2 = 4 \times (\sqrt{2})^2 + 2 = 10$ 。

【考点】整式的混合运算—化简求值。

【分析】根据完全平方公式和单项式乘多项式的法则去括号，合并同类项，将整式化为最简式，然后把 a 的值代入计算即可。

8. (江苏省 2009 年 4 分) $\left(a - \frac{1}{a}\right) \div \frac{a^2 - 2a + 1}{a}$

【答案】解：原式 $= \frac{a^2 - 1}{a} \div \frac{(a-1)^2}{a} = \frac{(a+1)(a-1)}{a} \times \frac{a}{(a-1)^2} = \frac{a+1}{a-1}$

【考点】分式的混合运算。

【分析】先将括号里面的通分后，将除法转换成乘法，约分化简。

9. (江苏省南京市 2010 年 6 分) 计算 $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \div \frac{a^2 - b^2}{ab}$ 。

【答案】解： $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \div \frac{a^2 - b^2}{ab} = \frac{b-a}{ab} \div \frac{(a+b)(a-b)}{ab} = \frac{b-a}{ab} \cdot \frac{ab}{(a+b)(a-b)} = -\frac{a-b}{ab} \cdot \frac{ab}{(a+b)(a-b)} = -\frac{1}{a+b}$ 。

【考点】分式的混合运算。

【分析】先对括号内的异分母分式加减，需要通分，再把除法转化为乘法运算进行计算，约分即可。

10. (江苏省南京市 2011 年 6 分) 计算 $\left(\frac{a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a+b}\right) \div \frac{b}{b-a}$

【答案】解：原式 $= \left[\frac{a}{(a+b)(a-b)} - \frac{a-b}{(a+b)(a-b)}\right] \div \frac{b}{b-a} = \frac{b}{(a+b)(a-b)} \cdot \frac{b-a}{b} = -\frac{1}{a+b}$ 。

【考点】分式运算法则，平方差公式。

【分析】利用分式运算法则和平方差公式，首先在括号中找出分式的最简公分母通分，化简，然后把除法运算转化成乘法运算，化简。

11. (2012 江苏南京 9 分) 化简代数式 $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x} \div \frac{x-1}{x}$ ，并判断当 x 满足不等式组 $\begin{cases} x+2 < 1 \\ 2(x-1) > -6 \end{cases}$ 时该代

数式的符号。

【答案】解: $\frac{x^2-1}{x^2+2x} \div \frac{x-1}{x} = \frac{(x+1)(x-1)}{x(x+2)} \cdot \frac{x}{x-1} = \frac{x+1}{x+2}$ 。

$$\begin{cases} x+2 < 1 \text{ ①} \\ 2(x-1) > -6 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①, 得 $x < -1$ 。

解不等式②, 得 $x > -2$ 。

\therefore 不等式组 $\begin{cases} x+2 < 1 \\ 2(x-1) > -6 \end{cases}$ 的解集是 $-2 < x < -1$ 。

\therefore 当 $-2 < x < -1$ 时, $x+1 < 0$, $x+2 > 0$,

$\therefore \frac{x+1}{x+2} < 0$, 即该代数式的符号为负号。

【考点】分式的化简求值, 解一元一次不等式组, 不等式的性质。

【分析】先化简代数式, 做除法时要注意先把除法运算转化为乘法运算, 而做乘法运算时要注意先把分子、分母能因式分解的先分解, 然后约分化简。再分别求出一元一次不等式组中两个不等式的解, 从而得到一元一次不等式组的解集, 依此分别确定 $x+1 < 0$, $x+2 > 0$, 从而求解。

一、选择题

1. (2001 江苏南京 2 分) 一旅客携带了 30 千克行李从南京禄口国际机场乘飞机去天津, 按民航规定, 旅客最多可免费携带 20 千克行李, 超重部分每千克按飞机票价格的 1.5% 购买行李票, 现该旅客购买了 120 元的行李票, 则他的飞机票价格为【 】

- A. 1000 元 B. 800 元 C. 600 元 D. 400 元

【答案】B。

【考点】一元一次方程的应用 (经济问题)。

【分析】设他的飞机票价格为 x 元, 根据等量关系“超重部分每千克按飞机票价格的 1.5% 购买”, 而超重部分为 $(30-20)$ 千克, 故得方程: $(30-20) \times 1.5\% x = 120$, 解得: $x=800$ 。故选 B。

2. (江苏省南京市 2002 年 2 分) 不等式组 $\begin{cases} x > 3 \\ x < 4 \end{cases}$ 的解集是【 】

- A、 $x > 3$ B、 $x < 4$ C、 $3 < x < 4$ D、无解

【答案】C。

【考点】不等式的解集。

【分析】根据“同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小解不了 (无解)”的原则直接求其公共解

集即可： $\because x > 3$ 且 $x < 4$ ， $\therefore x$ 的范围为 $3 < x < 4$ 。故选 C。

3. (江苏省南京市 2002 年 2 分) 某种出租车的收费标准是：起步价 6 元（即行驶距离不超过 3 千米都需付 7 元车费），超过 3 千米以后，每增加 1 千米，加收 1.4 元（不足 1 千米按 1 千米计），某人乘这种出租车从甲地到乙地支付车费 17.2 元，设此人从甲地到乙地经过的路程为 x 千米，则 x 的最大值是【 】

A、13 B、11 C、9 D、7

【答案】B。

【考点】一元一次不等式的应用。

【分析】已知从甲地到乙地共需支付车费 17.2 元，从甲地到乙地经过的路程为 x 千米，从而根据题意列出不等式，得出答案：

\because 支付车费为 17.2 元 $>$ 起步价 6 元， $\therefore x > 3\text{km}$ 。

$\therefore 1.4(x-3) + 6 \leq 17.2$ ，解得： $x \leq 11$ 。

$\therefore x$ 的最大值为 11 千米。故选 B。

4. 已知 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是方程 $kx-y=3$ 的解，那么 k 的值是【 】。

(A) 2 (B) -2 (C) 1 (D) -1

【答案】A。

【考点】二元一次方程的解，

【分析】根据方程解的定义，把这对数值代入方程，得到一个含有未知数 k 的一元一次方程，从而可以求出 k 的值：

把 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 代入方程 $kx-y=3$ ，得 $2k-1=3$ ，解得解得 $k=2$ 。故选 A。

5. (江苏省南京市 2003 年 2 分) 如果一元二次方程 $3x^2-2x=0$ 的两个根是 x_1, x_2 ，那么 $x_1 x_2$ 等于【 】。

(A) 2 (B) 0 (C) $\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{2}{3}$

【答案】B。

【考点】一元二次方程根与系数的关系。

【分析】根据一元二次方程根与系数的关系求解即可：这里 $a=3$ ， $c=0$ ，则 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 0$ 。故选 B。

6. (江苏省南京市 2003 年 2 分) 用换元法解方程 $x^2 + x + 1 = \frac{2}{x^2 + x}$ ，如果设 $x^2 + x = y$ ，那么原方程可变形为【 】。

(A) $y^2 + y + 2 = 0$ (B) $y^2 - y - 2 = 0$ (C) $y^2 - y + 2 = 0$ (D) $y^2 + y - 2 = 0$

【答案】D。

【考点】换元法解分式方程。

【分析】根据方程的特点，设 $y = x^2 + x$ ，可将方程中的 x 全部换成 y ，转化为关于 y 的分式方程，去分母转化为一元二次方程：解：把 $y = x^2 + x$ 代入原方程得： $y + 1 = \frac{2}{y}$ ，整理得， $y^2 + y - 2 = 0$ 。故选 D。

7. (江苏省南京市 2004 年 2 分) 方程 $x^2 + 4x + 4 = 0$ 的根的情况是【 】

A、有两个不相等的实数根 B、有两个相等的实数根

C、有一个实数根 D、没有实数根

【答案】B。

【考点】一元二次方程根的判别式。

【分析】判断上述方程的根的情况，只要看根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的值的符号即可：

$\because \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 16 = 0$ ， \therefore 方程有两个相等的实数根。故选 B。

8. (江苏省南京市 2004 年 2 分) 不等式 $x - 2 < 0$ 的正整数解是【 】

A、1 B、0, 1 C、1, 2 D、0, 1, 2

【答案】A。

【考点】一元一次不等式的整数解。

【分析】可先根据一元一次不等式解出 x 的取值，根据 x 是正整数解得出 x 的可能取值：

\because 不等式 $x - 2 < 0$ 的解集是 $x < 2$ ， \therefore 其正整数解是 1。故选 A。

9. (江苏省南京市 2007 年 2 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x > -1, \\ x - 1 \leq 0 \end{cases}$ 的解集是【 】

A. $x > -\frac{1}{2}$ B. $x < -\frac{1}{2}$ C. $x \leq 1$ D. $-\frac{1}{2} < x \leq 1$

【答案】D。

【考点】解一元一次不等式组。

【分析】解一元一次不等式组，先求出不等式组中每一个不等式的解集，再利用口诀求出这些解集的公共部分：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小解不了（无解）。因此，

解不等式得 $x > -\frac{1}{2}$ ， $x \leq 1$ ， \therefore 解集为 $-\frac{1}{2} < x \leq 1$ 。故选 D。

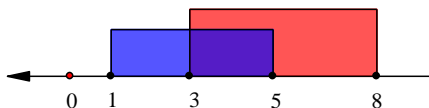
10. (江苏省南京市 2010 年 2 分) 甲种蔬菜保鲜适宜的温度是 $1^{\circ}\text{C} \sim 5^{\circ}\text{C}$ ，乙种蔬菜保鲜适宜的温度是 $3^{\circ}\text{C} \sim 8^{\circ}\text{C}$ ，将这两种蔬菜放在一起同时保鲜，适宜的温度是【 】

A. $1^{\circ}\text{C} \sim 3^{\circ}\text{C}$ B. $3^{\circ}\text{C} \sim 5^{\circ}\text{C}$ C. $5^{\circ}\text{C} \sim 8^{\circ}\text{C}$ D. $1^{\circ}\text{C} \sim 8^{\circ}\text{C}$

【答案】B。

【考点】不等式组的应用。

【分析】将问题转化求不等式组 $\begin{cases} 1 \leq x \leq 5, \\ 3 \leq x \leq 8. \end{cases}$ 的解集, 可得解集为 $3 \leq x \leq 5$ 。故选 B。



二、填空题

1. (2001 江苏南京 2 分) 关于 x 的方程 $3x+2a=0$ 的根是 2, 则 a 等于 ▲ 。

【答案】-3。

【考点】一元一次方程的解和解一元一次方程。

【分析】把 $x=2$ 代入 $3x+2a=0$ 得: $3 \times 2 + 2a = 0$, 解得: $a = -3$ 。

2. (2001 江苏南京 2 分) 用换元法解方程 $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$, 若设 $y = x^2$, 则原方程变为 ▲ 。

【答案】 $y^2 - 5y + 6 = 0$ 。

【考点】换元法解高次方程, 幂的乘方。

【分析】应用幂的乘方运算法则整理方程得 $(x^2)^2 - 5x^2 + 6 = 0$, 设 $y = x^2$, 则原方程可得到降次方程 $y^2 - 5y + 6 = 0$ 而求解。

3. (江苏省南京市 2002 年 2 分) 用换元法解方程: $(x^2 - x)^2 - 5(x^2 - x) + 6 = 0$, 如果设 $x^2 - x = y$, 那么原方程变为 ▲ 。

【答案】 $y^2 - 5y + 6 = 0$ 。

【考点】换元法解一元二次方程。

【分析】把原方程中的 $(x^2 - x)$ 代换成 y , 即可得到关于 y 的方程: $y^2 - 5y + 6 = 0$ 。

4. (江苏省南京市 2005 年 2 分) 写出两个一元二次方程, 使每个方程都有一个根为 0, 并且二次项系数都为 1: ▲ 。

【答案】 $x^2 - x = 0$, $x^2 - 2x = 0$ (答案不唯一)。

【考点】一元二次方程的解。

【分析】由于所写方程都有一个根为 0, 常数项为 0 即可。按要求二次项系数必须都为 1, 而一次项系数为任意一常数即可。∴ 方程可写为 $x^2 - x = 0$, $x^2 - 2x = 0$ 等。

5. (江苏省 2009 年 3 分) 某县 2008 年农民人均年收入为 7 800 元, 计划到 2010 年, 农民人均年收入达

到 9 100 元. 设人均年收入的平均增长率为 x , 则可列方程_____▲_____.

【答案】 $7800(1+x)^2=9100$ 。

【考点】由实际问题抽象出一元二次方程(增长率问题)。

【分析】由人均年收入的平均增长率为 x , 2009 年农民人均年收入为 $7800(1+x)$, 则 2010 年农民人均年收入为 $7800(1+x)(1+x)=7800(1+x)^2=9100$ 。

6. (2012 江苏南京 2 分) 方程 $\frac{3}{x}-\frac{2}{x-2}=0$ 的解是_____▲_____.

【答案】 $x=6$ 。

【考点】解分式方程。

【分析】方程最简公分母为: $x(x-2)$ 。故方程两边乘以 $x(x-2)$, 化为整式方程后求解, 并代入检验即可得出方程的根:

去分母得: $3(x-2)-2x=0$,

去括号得: $3x-6-2x=0$,

整理得: $x=6$,

经检验得 $x=6$ 是方程的根。

三. 解答题

1. (2001 江苏南京 5 分) 解不等式组 $\begin{cases} 2x+5 \leq 3(x+2) \\ x-1 < \frac{x}{3} \end{cases}$, 并写出不等式组的整数解。

【答案】解: $\begin{cases} 2x+5 \leq 3(x+2) \text{ ①} \\ x-1 < \frac{x}{3} \text{ ②} \end{cases}$

解①得 $2x \leq -2$, 即 $x \geq 1$;

解②得 $2x-3 < 0$, 即 $x < \frac{3}{2}$ 。

\therefore 不等式组的解集为 $-1 \leq x < \frac{3}{2}$ 。

\therefore 不等式组的整数解为 $-1, 0, 1$ 。

【考点】一元一次不等式组的整数解。

【分析】解一元一次不等式组, 先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再利用口诀求出这些解集的公共部分: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小解不了(无解)。最后求出整数解。

2. (2001 江苏南京 5 分) 已知: 关于 x 的方程 $x^2+kx-1=0$ 。

(1) 求证: 方程一定有两个不相等的实数根;

(2) 若方程的两根分别为 x_1, x_2 , 且 $\frac{1}{x_1} = 2 - \frac{1}{x_2}$, 求 k 的值。

【答案】解: (1) 证明: $\because \Delta = k^2 + 4 > 0$, \therefore 方程一定有两个不相等的实数根。

(2) 根据一元二次方程根与系数的关系, 得 $x_1 + x_2 = -k$, $x_1 x_2 = -1$,

$$\text{又由 } \frac{1}{x_1} = 2 - \frac{1}{x_2} \text{ 得 } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2, \text{ 即 } \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 2。$$

$$\therefore \frac{-k}{-1} = 2, \text{ 解得 } k = 2。$$

【考点】一元二次方程根的判别式和根与系数的关系

【分析】(1) 只需证明方程的判别式 $\Delta > 0$ 即可。

(2) 将 $\frac{1}{x_1} = 2 - \frac{1}{x_2}$ 变形为 $\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 2$, 根据一元二次方程根与系数的关系, 可以得到关于 k 的方

程, 然后解方程即可求出 k 的值。

2. (2001 江苏南京 8 分) 某农户种植花生, 原来种植的花生亩产量为 200 千克, 出油率为 50% (即每 100 千克花生可加工成花生油 50 千克)。现在种植新品种花生后, 每亩收获的花生可加工成花生油 132 千克, 其中花生出油率的增长率是亩产量增长率的 $\frac{1}{2}$, 求新品种花生亩产量的增长率。

【答案】解: 设新品种花生亩产量的增长率为 x , 则根据题意, 得

$$200(1+x) \cdot 50\%(1 + \frac{1}{2}x) = 132。$$

$$\text{解得 } x = \frac{1}{5} \text{ 或 } x = -\frac{16}{5} \text{ (舍去)}。$$

$$\therefore x = \frac{1}{5} = 20\%。$$

答: 新品种花生亩产量的增长率产 20%。

【考点】一元二次方程的应用 (增长率问题)。

【分析】设花生亩产量的增长率是 x , 那新植的花生亩产量是 $200(1+x)$, 现在的出油率的增长率是亩产量的 $\frac{1}{2}$, 即 $\frac{1}{2}x$, 又知道新植的每亩花生可加工成花生油 132 千克, 可列方程求解。

3. (江苏省南京市 2002 年 5 分) 已知: 关于 x 的方程 $x^2 - kx - 2 = 0$ 。

(1) 求证: 方程有两个不相等的实数根;

(2) 设方程的两根为 x_1, x_2 , 如果 $2(x_1 + x_2) > x_1 x_2$, 求 k 的取值范围。

【答案】解: (1) 证明: \because 关于 x 的方程 $x^2 - kx - 2 = 0$ 中, $\Delta = (-k)^2 - 4 \times (-2) = k^2 + 8 > 0$,

∴方程有两个不相等的实数根。

(2) 方程的两根为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 = k, x_1 \cdot x_2 = -2$,

代入不等式 $2(x_1 + x_2) > x_1 x_2$, 得 $2k > -2$, 即 $k > -1$ 。

∴ k 的取值范围是 $k > -1$ 。

【考点】一元二次方程根的判别式和根与系数的关系, 解不等式。

【分析】(1) 只需证明 $\Delta > 0$ 即可。

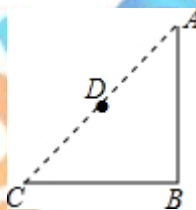
(2) 根据一元二次方程根与系数的关系, 分别求出两根之和与两根之积, 根据 $2(x_1 + x_2) > x_1 x_2$, 代入即可得到关于 k 的不等式, 从而求得 k 的范围。

4. (江苏省南京市 2002 年 8 分) 如图, 客轮沿折线 $A-B-C$ 从 A 出发经 B 再到 C 匀速航行, 货轮从 AC 的中点 D 出发沿某一方向匀速直线航行, 将一批物品送达客轮。两船同时起航, 并同时到达折线 $A-B-C$ 上的某点 E 处, 已知 $AB=BC=200$ 海里, $\angle ABC=90^\circ$, 客轮速度是货轮速度的 2 倍。

(1) 选择: 两船相遇之处 E 点 ()

A、在线段 AB 上 B、在线段 BC 上 C、可以在线段 AB 上, 也可以在线段 BC 上

(2) 求货轮从出发到两船相遇共航行了多少海里? (结果保留根号)



【答案】解: (1) B。

(2) 设货轮从出发到两船相遇共航行了 x 海里, 过 D 点作 $DF \perp CB$ 于 F , 连接 DE ,

则 $DE=x, AB+BE=2x$,

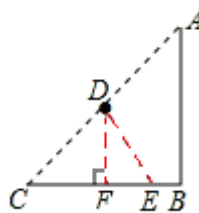
∵ D 点是 AC 的中点, $\therefore DF = \frac{1}{2} AB = 100, EF = 400 - 100 - 2x$,

在 $Rt\triangle DFE$ 中, $DE^2 = DF^2 + EF^2$, 得 $x^2 = 100^2 + (300 - 2x)^2$,

解得 $x = 200 \pm \frac{100\sqrt{6}}{3}$ 。

∵ $200 + \frac{100\sqrt{6}}{3} > 100\sqrt{2}$ (舍去), $\therefore DE = 200 - \frac{100\sqrt{6}}{3}$ 。

答: 货轮从出发到两船相遇共航行了 $200 - \frac{100\sqrt{6}}{3}$ 海里。



【考点】一元二次方程的应用 (几何问题), 三角形中位线定理, 勾股定理。

【分析】(1) 连接 BD , 则 $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形, 假设 E 为 AB 的中点, 有 $AB=2DE$, 此时 DE 最短; 假设 E 点在线段 AB 上, 但不在中点, 根据已知可得 $AE=2DE$, 且 $AE > AB$, 很明显假设不成立. 故 E 点不在 AB 上, 应该在线段 BC 上。

(2) 设货轮从出发到两船相遇共航行了 x 海里, 过 D 点作 $DF \perp CB$ 于 F , 连接 DE , 则 $DE=x$, $AB+BE=2x$, 根据 D 点是 AC 的中点, 得 $DF=\frac{1}{2}AB=100$, $EF=400-100-2x$, 在 $Rt\triangle DFE$ 中, $DE^2=DF^2+EF^2$, 得 $x^2=100^2+(300-2x)^2$, 解方程即可。

5. (江苏省南京市 2003 年 5 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x-y=0 \\ x^2+xy=12 \end{cases}$$

【答案】解:
$$\begin{cases} x-y=0 & (1) \\ x^2+xy=12 & (2) \end{cases}$$

由 (1) 得 $y=x$ (3),

把 (3) 代入 (2) 得 $x^2+x^2=12$, 解得 $x=\pm 2$,

当 $x=2$ 时, $y=2$;

当 $x=-2$ 时, $y=-2$ 。

\therefore 原方程组的解是 $\begin{cases} x_1=2 \\ y_1=2 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2=-2 \\ y_2=-2 \end{cases}$ 。

【考点】解高次方程。

【分析】把 (1) 化为 $y=x$ 代入 $x^2+xy=12$, 得关于 x 的一元二次方程, 解这个方程再代入求值即可。

6. (江苏省南京市 2003 年 5 分) 一个长方形足球场的长为 x m, 宽为 70m. 如果它的周长大于 350m, 面积小于 $7560m^2$, 求 x 的取值范围, 并判断这个球场是否可以用作国际足球比赛。(注: 用于国际比赛的足球场的长在 100m 到 110m 之间, 宽在 64m 到 75m 之间。)

【答案】解: 由题意, 得
$$\begin{cases} 2(x+70)>350 \\ 70x<7560 \end{cases},$$

解得 $105<x<108$ 。

$\therefore 100<105<x<108<110$,

\therefore 这个足球场可用于国际足球比赛。

【考点】一元一次不等式组的应用

【分析】由题意, 得 $2(x+70)>350$, $70x<7560$, 解这个不等式组可得长 x 的取值范围, 再与国际比赛的足球场进行比较, 看是否适合。

7. (江苏省南京市 2003 年 7 分) 某灯具店采购了一批某种型号的节能灯, 共用去 400 元. 在搬运过程中不慎打碎了 5 盏, 该店把余下的灯每盏加价 4 元全部售出, 然后用所得的钱又采购了一批这种节能灯, 且进价与上次相同, 但购买的数量比上次多了 9 盏. 求每盏灯的进价。

【答案】解：设每盏灯的进价为 x 元.

依题意，列方程： $(\frac{400}{x} - 5) \cdot (x+4) = (\frac{400}{x} + 9) \cdot x$.

解方程得： $x_1=10$, $x_2=-\frac{80}{7}$ (舍去)。

经检验， $x=10$ 符合题意。

答：每盏灯的进价为 10 元。

【考点】分式方程的应用，因式分解法解一元二次方程。

【分析】设每盏灯的进价为 x 元，400 元可以买灯 $\frac{400}{x}$ 个，实际卖出的是 $(\frac{400}{x} - 5)$ 个；单价为每盏灯 $(x+4)$ 元，卖出金额 $(\frac{400}{x} - 5) \cdot (x+4)$ 元；用所得的钱又采购了一批这种节能灯 $(\frac{400}{x} + 9)$ 个，需要的金额 $(\frac{400}{x} + 9) \cdot x$ 元，根据题意，列方程求解。

8. (江苏省南京市 2004 年 5 分) 解不等式组
$$\begin{cases} 2(x-1) \leq 3x+1 \\ \frac{x}{3} < \frac{x+1}{4} \end{cases}.$$

【答案】解：由 $2(x-1) \leq 3x+1$ 得， $2x-2 \leq 3x+1$ ， $\therefore x \geq -3$ 。

由 $\frac{x}{3} < \frac{x+1}{4}$ 得， $4x < 3x+3$ ， $\therefore x < 3$ 。

\therefore 不等式组解集为 $-3 \leq x < 3$ 。

【考点】解一元一次不等式组。

【分析】解一元一次不等式组，先求出不等式组中每一个不等式的解集，再利用口诀求出这些解集的公共部分：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小解不了（无解）。

9. (江苏省南京市 2004 年 5 分) 已知方程 $5x^2 + kx - 10 = 0$ 的一个根是 -5 ，求它的另一个根及 k 的值。

【答案】解：设方程的另一根是 x_1 ，

则 $-5x_1 = -2$ ， $\therefore x_1 = \frac{2}{5}$ 。

又 $\because \frac{2}{5} + (-5) = -\frac{k}{5}$ ， $\therefore k = 23$ 。

答：方程的另一根是 $\frac{2}{5}$ ， k 的值是 23。

【考点】一元二次方程根与系数的关系。

【分析】根据根与系数的关系得到两根之积，可以算出另一根，然后利用两根之和为可求得 k 。

10. (江苏省南京市 2004 年 7 分) 某商店在“端午节”到来之际，以 2400 元购进一批盒装粽子，节日期间每盒按进价增加 20% 作为售价，售出了 50 盒。节日过后每盒以低于进价 5 元作为售价，售完余下的粽子，

整个买卖过程共盈利 350 元, 求每盒粽子的进价.

【答案】解: 设每盒粽子的进价为 x 元,

$$\text{由题意得 } 20\%x \times 50 - \left(\frac{2400}{x} - 50 \right) \times 5 = 350,$$

$$\text{化简得 } x^2 - 10x - 1200 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 40, x_2 = -30.$$

经检验 $x_1 = 40, x_2 = -30$ 都是原方程的解, 但 $x_2 = -30$ 不合题意, 舍去.

答: 每盒粽子的进价为 40 元.

【考点】分式方程的应用, 因式分解法解一元二次方程.

【分析】设每盒粽子的进价为 x 元, 则一共进了 $\frac{2400}{x}$ 盒粽子, 其中 50 盒每盒赚 $20\%x$ 元, 剩下的每盒赔 5 元, 最后整个买卖过程共盈利 350 元, 从而可列出方程, 求出答案.

11. (江苏省南京市 2005 年 6 分) 解方程组
$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

【答案】解:
$$\begin{cases} x - 2y = 0(1) \\ 3x + 2y = 8(2) \end{cases},$$

由 (1), 得 $x = 2y$ (3)

把 (3) 代入 (2), 得 $3 \cdot 2y + 2y = 8$, 解得 $y = 1$.

把 $y = 1$ 代入 (3), 得 $x = 2$.

\therefore 原方程组的解是
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

【考点】解二元一次方程组.

【分析】解二元一次方程组的解题思想是消元, 此题用代入消元法较简单.

12. (江苏省南京市 2005 年 6 分) 解不等式组
$$\begin{cases} 2(x+2) \leq 3x+3 \\ \frac{x}{3} < \frac{x+1}{4} \end{cases}$$
 并写出不等式组的整数解.

【答案】解:
$$\begin{cases} 2(x+2) \leq 3x+3(1) \\ \frac{x}{3} < \frac{x+1}{4}(2) \end{cases},$$

解不等式 (1), 得 $x \geq 1$,

解不等式 (2), 得 $x < 3$.

\therefore 原不等式组的解集是 $1 \leq x < 3$.

∴原不等式组的整数解是 1, 2。

.【考点】解一元一次不等式组。

【分析】解一元一次不等式组，先求出不等式组中每一个不等式的解集，再利用口诀求出这些解集的公共部分：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小解不了（无解）。最后求出整数解。

13. (江苏省南京市2006年6分) 解不等式组 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} \leq 1 \\ x-2 < 4(x+1) \end{cases}$,并写出不等式组的正整数解.

【答案】解：解第一个不等式得 $x \leq 3$,

解第二个不等式得 $x > -2$

∴原不等式组的解集是 $-2 < x \leq 3$

∴原不等式组的正整数解是 1, 2, 3。

【考点】一元一次不等式组的整数解。

【分析】解一元一次不等式组，先求出不等式组中每一个不等式的解集，再利用口诀求出这些解集的公共部分：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小解不了（无解）。最后求其正整数解。

14. (江苏省南京市2006年6分) 某停车场的收费标准如下：中型汽车的停车费为6元/辆，小型汽车的停车费为4元/辆.现在停车场有50辆中、小型汽车，这些车共缴纳停车费230元，问中、小型汽车各有多少辆？

【答案】解：设中型汽车有 x 辆，小型汽车有 y 辆。

根据题意，得 $\begin{cases} x+y=50 \\ 6x+4y=230 \end{cases}$,

解这个方程组，得 $\begin{cases} x=15 \\ y=35 \end{cases}$.

答：中型汽车有15辆，小型汽车有35辆。

【考点】二元一次方程组的应用。（学科网 www.zxxk.com）

【分析】本题有两个定量：车辆总数，停车费总数。可根据这两个定量得到两个等量关系：中型汽车的辆数+小型汽车的辆数=50；中型汽车的停车费+小型汽车的停车费=230。依等量关系列方程组，再求解。

15. (江苏省南京市2006年8分) 西瓜经营户以2元/千克的价格购进一批小型西瓜，以3元/千克的价格出售,每天可售出200千克.为了促销,该经营户决定降价销售.经调查发现,这种小型西瓜每降价0.1元/千克，每天可多售出40千克.另外，每天的房租等固定成本共24元.该经营户要想每天盈利200元，应将每千克小型西瓜的售价降低多少元？

【答案】解：设应将每千克小型西瓜的售价降低 x 元。

根据题意，得 $(3-2-x)\left(200+\frac{40x}{0.1}\right)-24=200$,

解这个方程, 得 $x_1=0.2$, $x_2=0.3$ 。

答: 应将每千克小型西瓜的售价降低 0.2 或 0.3 元。

【考点】一元二次方程的应用。

【分析】方程的应用解题关键是找出等量关系, 列出方程求解。本题等量关系为:

每天每千克小型西瓜的售价降低 x 元的销售毛利 - 每天的固定成本 = 盈利 200 元

$$(3-2-x)\left(200+\frac{40x}{0.1}\right) - 24 = 200。$$

16. (江苏省南京市 2007 年 6 分) 解方程组 $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-y=5 \end{cases}$

【答案】解: $\begin{cases} x+y=4 \text{ ①} \\ 2x-y=5 \text{ ②} \end{cases}$,

①+②, 得 $3x=9$, 解得 $x=3$ 。

把 $x=3$ 代入②, 得 $y=1$ 。

\therefore 原方程组的解是 $\begin{cases} x=3, \\ y=1 \end{cases}$

【考点】解二元一次方程组,

【分析】用加减法, 两式相加消元, 从而求出 x 的值, 然后把 x 的值代入一方程求 y 的值。

17. (江苏省南京市 2007 年 7 分) 某农场去年种植了 10 亩地的南瓜, 亩产量为 2000 kg, 根据市场需要, 今年该农场扩大了种植面积, 并且全部种植了高产的新品种南瓜, 已知南瓜种植面积的增长率是亩产量的增长率的 2 倍, 今年南瓜的总产量为 60 000 kg, 求南瓜亩产量的增长率。

【答案】解: 设南瓜亩产量的增长率为 x , 则种植面积的增长率为 x 。

根据题意, 得 $10(1+2x) \cdot 2000(1+x) = 60\ 000$ 。

解这个方程, 得 $x_1=0.5$, $x_2=-2$ (不合题意, 舍去)。

答: 南瓜亩产量的增长率为 50%。

【考点】一元二次方程的应用。

【分析】根据增长后的产量 = 增长前的产量 (1 + 增长率), 设南瓜亩产量的增长率为 x , 则种植面积的增长率为 x , 列出方程求解。

18. (江苏省南京市 2008 年 6 分) 解方程 $\frac{2}{x+1} - \frac{x}{x^2-1} = 0$ 。

【答案】解：方程两边同乘 $(x-1)(x+1)$ ，得

$$2(x-1)-x=0,$$

解这个方程，得 $x=2$ 。

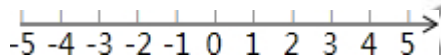
检验：当 $x=2$ 时， $(x-1)(x+1)\neq 0$ 。

所以原方程的解为 $x=2$ 。

【考点】解分式方程。

【分析】 $\because x^2-1=(x-1)(x+1)$ ， \therefore 本题的最简公分母是 $(x-1)(x+1)$ 。所以方程两边都乘最简公分母，可把分式方程转换为整式方程求解。

19. (江苏省南京市 2008 年 6 分) 解不等式组 $\begin{cases} 2-x>0, \\ \frac{5x+1}{2}+1\geq \frac{2x-1}{3}, \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来。



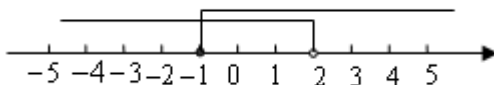
【答案】解：
$$\begin{cases} 2-x>0 \text{ ①} \\ \frac{5x+1}{2}+1\geq \frac{2x-1}{3} \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①，得 $x<2$ ，

解不等式②，得 $x\geq -1$ ，

所以，不等式组的解集是 $-1\leq x<2$ 。

不等式组的解集在数轴上表示如下：



【考点】解一元一次不等式组。

【分析】解一元一次不等式组，先求出不等式组中每一个不等式的解集，再利用口诀求出这些解集的公共部分：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小解不了（无解）。

不等式组的解集在数轴上表示的方法：把每个不等式的解集在数轴上表示出来（ $>$ ， \geq 向右画； $<$ ， \leq 向左画），数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集。有几个就要几个。在表示解集时“ \geq ”，“ \leq ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示。

20. (江苏省南京市 2008 年 7 分) 某村计划建造如图所示的矩形蔬菜温室，要求长与宽的比为 $2:1$ 。在温

室内，沿前侧内墙保留 3m 宽的空地，其它三侧内墙各保留 1m 宽的通道．当矩形温室的长与宽各为多少时，蔬菜种植区域的面积是 288m^2 ？



【答案】解：设矩形温室的宽为 $x\text{m}$ ，则长为 $2x\text{m}$ ．根据题意，得

$$(x-2)(2x-4)=288,$$

解这个方程，得 $x_1=-10$ （不合题意，舍去）， $x_2=14$ 。

$$\therefore x=14, 2x=2\times 14=28.$$

答：当矩形温室的长为 28m，宽为 14m 时，蔬菜种植区域的面积是 288m^2 。

【考点】一元二次方程的应用（几何图形问题）。

【分析】设矩形温室的宽为 $x\text{m}$ ，则长为 $2x\text{m}$ ，根据矩形的面积计算公式即可列出方程求解。

21.（江苏省 2009 年 8 分）一辆汽车从 A 地驶往 B 地，前 $\frac{1}{3}$ 路段为普通公路，其余路段为高速公路．已知汽车在普通公路上行驶的速度为 60km/h ，在高速公路上行驶的速度为 100km/h ，汽车从 A 地到 B 地一共行驶了 2.2h．

请你根据以上信息，就该汽车行驶的“路程”或“时间”，提出一个用二元一次方程组解决的问题，并写出解答过程．

【答案】解：解法一 问题：普通公路和高速公路各为多少千米？

解：设普通公路长为 $x\text{km}$ ，高速公路长为 $y\text{km}$ 。

$$\text{根据题意，得} \begin{cases} 2x = y \\ \frac{x}{60} + \frac{y}{100} = 2.2 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 60 \\ y = 120 \end{cases}.$$

答：普通公路长为 60km，高速公路长为 120km。

解法二 问题：汽车在普通公路和高速公路上各行驶了多少小时？

解：设汽车在普通公路上行驶了 $x\text{h}$ ，高速公路上行驶了 $y\text{h}$ 。

$$\text{根据题意，得} \begin{cases} x + y = 2.2 \\ 60x + 100y = 220 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1.2 \end{cases}.$$

答：汽车在普通公路上行驶了 1h，高速公路上行驶了 1.2h。

(本题答案不唯一)。

【考点】二元一次方程组应用。

【分析】根据题意，提出问题并解答。(本题答案不唯一)。

22. (江苏省南京市 2010 年 6 分) 解方程组
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

【答案】解:
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \text{ ①} \\ x + 2y = 5 \text{ ②} \end{cases},$$

② \times 2, 得 $2x+4y=10$ ③,

③ $-\text{①}$, 得 $3y=6$.

解这个方程得 $y=2$ 。

将 $y=2$ 代入①, 得 $x=1$ 。

\therefore 原方程组的解为
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

【考点】解二元一次方程组。

【分析】对二元一次方程组的考查主要突出“消元”思想, 题目一般不难, 系数比较简单, 主要是加减消元法和代入消元法方法的掌握。

23. (江苏省南京市 2010 年 8 分) 某批发商以每件 50 元的价格购进 800 件 T 恤。第一个月以单价 80 元销售, 售出了 200 件; 第二个月如果单价不变, 预计仍可售出 200 件, 批发商为增加销售量, 决定降价销售, 根据市场调查, 单价每降低 1 元, 可多售出 10 件, 但最低单位应高于购进的价格; 第二个月结束后, 批发商将对剩余的 T 恤一次性清仓销售, 清仓时单价为 40 元。设第二个月单价降低 x 元。

(1) 填表 (不需要化简)

时 间	第一个月	第二个月	清仓时
单 价(元)	80	▲	40
销售量(件)	200	▲	▲

(2) 如果批发商希望通过销售这批 T 恤获利 9000 元, 那么第二个月的单价应是多少元?

【答案】解: (1)

时 间	第一个月	第二个月	清仓时
单 价(元)	80	$80-x$	40
销售量(件)	200	$200+10x$	$800-200-(200+10x)$

(2) 根据题意, 得

$$80 \times 200 + (80 - x)(200 + 10x) + 40[800 - 200 - (200 + 10x)] - 50 \times 800 = 9000,$$

整理, 得 $x^2 - 20x + 100 = 0$, 解这个方程得 $x_1 = x_2 = 10$ 。

当 $x = 10$ 时, $80 - x = 70 > 50$ 。

答: 第二个月的单价应是 70 元。

【考点】一元二次方程的应用。

【分析】(1) 由“第二个月单价降低 x 元”知第二个月的单价为 $(80 - x)$, 销售量为 $(200 + 10x)$ 件, 清仓时为总数量分别减去前面两个月的剩余量, 即 $800 - 200 - (200 + 10x)$ 。

(2) 根据销售额 - 成本 = 利润, 由“获利 9000 元”建立方程得 $80 \times 200 + (80 - x)(200 + 10x) + 40[800 - 200 - (200 + 10x)] - 50 \times 800 = 9000$, 化简后求解。

24. (江苏省南京市 2011 年 6 分) 解不等式组 $\begin{cases} 5 + 2x \geq 3 & \text{①} \\ \frac{x+1}{3} > \frac{x}{2} & \text{②} \end{cases}$, 并写出不等式组的整数解。

【答案】解: 解不等式①得: $x \geq -1$ 解不等式②得: $x < 2$

所以, 不等式组的解集是 $-1 \leq x < 2$, 不等式组的整数解是 $-1, 0, 1$ 。

【考点】不等式组。

【分析】利用不等式组的求解方法, 直接得出不等式组的解集, 再列出整数解。

25. (江苏省南京市 2011 年 6 分) 解方程 $x^2 - 4x + 1 = 0$

【答案】解法一: 移项, 得 $x^2 - 4x = -1$. 配方, 得 $x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$,

$$(x - 2)^2 = 3 \quad \text{由此可得 } x - 2 = \pm\sqrt{3}$$

$$x_1 = 2 + \sqrt{3}, \quad x_2 = 2 - \sqrt{3}$$

解法二: $a = 1, b = -4, c = 1$. $b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 12 > 0$,

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}. \quad x_1 = 2 + \sqrt{3}, \quad x_2 = 2 - \sqrt{3}.$$

【考点】一元二次方程。

【分析】利用一元二次方程求解方法, 直接得出一元二次方程的解。

26. (2012 江苏南京 6 分) 解方程组 $\begin{cases} x + 3y = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

【答案】解：
$$\begin{cases} x+3y=-1 \text{ ①} \\ 3x-2y=8 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得 $x=-3y-1$ ③,

将③代入②, 得 $3(-3y-1)-2y=8$, 解得: $y=-1$ 。

将 $y=-1$ 代入③, 得 $x=2$ 。

\therefore 原方程组的解是
$$\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}。$$

【考点】解二元一次方程组。

【分析】解二元一次方程组的解题思想是用代入法或加减法消元, 化为一元一次方程求解。本题易用代入法求解。先由①表示出 x , 然后将 x 的值代入②, 可得出 y 的值, 再代入①可得出 x 的值, 继而得出了方程组的解。

27. (2012 江苏南京 8 分) 某汽车销售公司 6 月份销售某厂家的汽车, 在一定范围内, 每部汽车的进价与销售有如下关系, 若当月仅售出 1 部汽车, 则该部汽车的进价为 27 万元, 每多售一部, 所有出售的汽车的进价均降低 0.1 万元/部。月底厂家根据销售量一次性返利给销售公司, 销售量在 10 部以内, 含 10 部, 每部返利 0.5 万元, 销售量在 10 部以上, 每部返利 1 万元。

① 若该公司当月卖出 3 部汽车, 则每部汽车的进价为_____万元;

② 如果汽车的销售价位 28 万元/部, 该公司计划当月盈利 12 万元, 那么要卖出多少部汽车? (盈利=销售利润+返利)

【答案】解: (1) 26.8。

(2) 设需要售出 x 部汽车,

由题意可知, 每部汽车的销售利润为: $28-[27-0.1(x-1)]= (0.1x+0.9)$ (万元),

当 $0 \leq x \leq 10$, 根据题意, 得 $x \cdot (0.1x+0.9) + 0.5x = 12$, 整理, 得 $x^2 + 14x - 120 = 0$,

解这个方程, 得 $x_1 = -20$ (不合题意, 舍去), $x_2 = 6$ 。

当 $x > 10$ 时, 根据题意, 得 $x \cdot (0.1x+0.9) + x = 12$, 整理, 得 $x^2 + 19x - 120 = 0$,

解这个方程, 得 $x_1 = -24$ (不合题意, 舍去), $x_2 = 5$ 。

$\because 5 < 10$, $\therefore x_2 = 5$ 舍去。

答: 要卖出 6 部汽车。

【考点】一元二次方程的应用。

【分析】(1) 根据若当月仅售出 1 部汽车, 则该部汽车的进价为 27 万元, 每多售出 1 部, 所有售出的汽车的进价均降低 0.1 万元/部, 得出该公司当月售出 3 部汽车时, 则每部汽车的进价为: $27-0.1 \times 2 = 26.8$ 。

(2) 利用设需要售出 x 部汽车, 由题意可知, 每部汽车的销售利润, 根据当 $0 \leq x \leq 10$, 以及当 $x > 10$ 时, 分别讨论得出即可。

28. ((2012 江苏南京 9 分) “?” 的思考

下框中是小明对一道题目的解答以及老师的批阅。

题目: 某村计划建造如图所示的矩形蔬菜温室, 要求长与宽的比为 2: 1, 在温室内, 沿前侧内墙保留 3m 的空地, 其他三侧内墙各保留 1m 的通道, 当温室的长与宽各为多少时, 矩形蔬菜种植区域的面积是 288m^2 ?

解: 设矩形蔬菜种植区域的宽为 $x\text{m}$, 则长为 $2x\text{m}$,

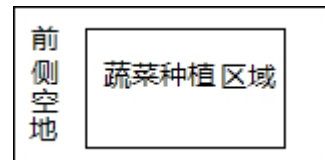
根据题意, 得 $x \cdot 2x = 288$.

解这个方程, 得 $x_1 = -12$ (不合题意, 舍去), $x_2 = 12$

所以温室的长为 $2 \times 12 + 3 + 1 = 28$ (m), 宽为 $12 + 1 + 1 = 14$ (m)

答: 当温室的长为 28m, 宽为 14m 时, 矩形蔬菜种植区域的面积是 288m^2 .

?



我的结果也正确

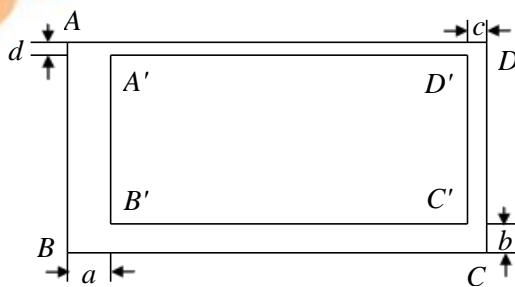
小明发现他解答的结果是正确的, 但是老师却在他的解答中划了一条横线, 并打开了一个“?”

结果为何正确呢?

(1) 请指出小明解答中存在的问题, 并补充缺少的过程:

变化一下会怎样……

(2) 如图, 矩形 $A'B'C'D'$ 在矩形 $ABCD$ 的内部, $AB \parallel A'B'$, $AD \parallel A'D'$, 且 $AD:AB=2:1$, 设 AB 与 $A'B'$ 、 BC 与 $B'C'$ 、 CD 与 $C'D'$ 、 DA 与 $D'A'$ 之间的距离分别为 a 、 b 、 c 、 d , 要使矩形 $A'B'C'D' \sim$ 矩形 $ABCD$, a 、 b 、 c 、 d 应满足什么条件? 请说明理由。



【答案】解: (1) 小明没有说明矩形蔬菜种植区域的长与宽之比为 2: 1 的理由。

在“设矩形蔬菜种植区域的宽为 $x\text{m}$, 则长为 $2x\text{m}$.”前补充以下过程:

设温室的宽为 $y\text{m}$, 则长为 $2y\text{m}$ 。

则矩形蔬菜种植区域的宽为 $(y-1-1)\text{m}$, 长为 $(2y-3-1)\text{m}$ 。

$$\therefore \frac{2y-3-1}{y-1-1} = \frac{2y-4}{y-2} = 2, \therefore \text{矩形蔬菜种植区域的长与宽之比为 } 2:1.$$

(2) $a+c=b+d=2$ 。理由如下:

要使矩形 $A'B'C'D' \sim$ 矩形 $ABCD$ ，就要 $\frac{A'D'}{A'B'} = \frac{AD}{AB}$ ，即 $\frac{AD - (a + c)}{AB - (b + d)} = \frac{2}{1}$ ，

即 $\frac{2AB - (a + c)}{AB - (b + d)} = \frac{2}{1}$ ，即 $a + c + b + d = 2$ 。

【考点】一元二次方程的应用（几何问题），相似多边形的性质，比例的性质。

【分析】（1）根据题意可得小明没有说明矩形蔬菜种植区域的长与宽之比为 2:1 的理由，所以由已知条件求出矩形蔬菜种植区域的长与宽的关系即可。

（2）由使矩形 $A'B'C'D' \sim$ 矩形 $ABCD$ ，利用相似多边形的性质，可得 $\frac{A'D'}{A'B'} = \frac{AD}{AB}$ ，然后利用比例的性质。