太原市2012年初中毕业班综合测试(一)
数学试题参考答案及评分标准

评分说明：

1. 解答题中各步骤所标记分数为学生解答到这一步所得的累计分数；
2. 给分和扣分都以1分为基本单位；
3. 参考答案都只给出一种解法，若学生的解答与参考答案不同，请根据解答情况参考评分意见给分.

一、选择题(本大题共12个小题，每小题2分，共24分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	A	A	B	C	B	C	A	C	D	C

二、填空题(本大题共6个小题，每小题3分，共18分)

13. $\frac{3}{2}$　14. $\frac{1}{a+2}$　15. 4　16. $\frac{2}{9}$　17. $(3n-2)$　18. 3或5

三、解答题(本大题共8个小题，共78分)

19.(每小题5分，共10分)

解：(1) 原式 $=(4x^2+4xy+y^2-y^2-4xy-8xy)\div(2x)$ ………… 3分

$=(4x^2-8xy)\div(2x)$ ………… 4分

$=2x-4y.$ ………… 5分

解：(2) 解不等式①，得 $x\geqslant-1$. ………… 1分

解不等式②，得 $x<3$. ………… 2分

所以，原不等式组的解集为 $-1\leqslant x<3$. ………… 3分

将这个不等式组的解集表示在数轴上(略). ………… 5分

20.(本题7分)

解法一：设该市去年居民用水的价格为 x 元/米^3， ………… 1分

根据题意，得 $\frac{15}{x}=\frac{30}{(1+\frac{1}{5})x}-5$. ………… 3分

解，得 $x=2$. ………… 4分

经检验，$x=2$ 是原方程的解. ………… 5分

当 $x=2$ 时，$(1+\frac{1}{5})x=\frac{6}{5}\times2=2.4$(元/米^3). ………… 6分

答：该市今年居民用水的价格为2.4元/米^3. ………… 7分

解法二：设该市今年居民用水的价格为 x 元/米^3， ………… 1分

根据题意，得 $\frac{15}{\frac{5}{6}x} = \frac{30}{x} - 5$. …………………………………… 3分

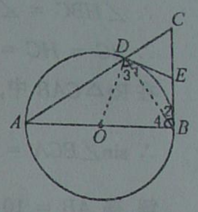
解，得 $x = 2.4$. …………………………………………………… 5分

经检验，$x = 2.4$ 是原方程的解. …………………………………… 6分

答：该市今年居民用水的价格为2.4元/米^3. ……………………………… 7分

21.（本题7分）

证明：连接 OD，BD. …………………………………………… 1分



∵ AB 为 $\odot O$ 的直径，∴ $\angle ADB = \angle CDB = 90°$. ………… 2分

在 Rt$\triangle CDB$ 中，点 E 为 BC 的中点，

∴ $DE = \frac{1}{2}BC$，$BE = \frac{1}{2}BC$.

∴ $DE = BE$. ∴ $\angle 1 = \angle 2$. …………………………………… 3分

∵ $\odot O$ 交于 AC 于点 D，∴ $OD = OB$，∴ $\angle 3 = \angle 4$. ……………… 4分

∴ $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$，即 $\angle ODE = \angle ABC$. ……………… 5分

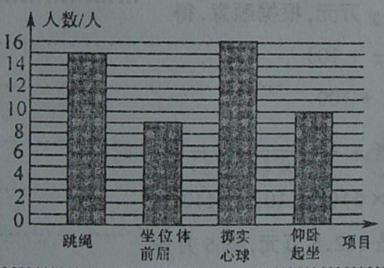
∵ $\angle ABC = 90°$，∴ $\angle ODE = 90°$. ∴ $OD \perp DE$. ……………… 6分

∵ OD 为 $\odot O$ 的半径，∴ DE 是 $\odot O$ 的切线. ……………………… 7分

22.（本题10分）

解：(1)50； …………………………………………………………… 2分

(2) 如图； …………………………………………………………… 4分



(3)72°； ………………………………………………………………… 5分

(4) $[16 \div (15 \div 30\%)] \times 600$ ………………………………… 7分

$= \frac{8}{25} \times 600$ ……………………………………………………… 8分

$= 192$(人). …………………………………………………………… 9分

答：该校选测"掷实心球"的学生人数约为192人. ……………………… 10分

23.（本题8分）

解：如图，延长 BE 交 AC 的延长线于点 H. ………………………… 1分

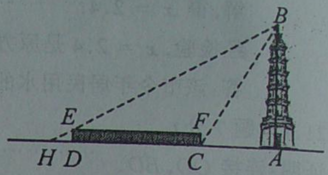
由题知 $\angle BEF = 30°$，$\angle BCA = 60°$，$EF \parallel DC$.

$\therefore \angle EHD = \angle BEF = 30^\circ$. …………………………………… 2分

在 Rt$\triangle EDH$ 中，$\angle EDH = 90^\circ$，$DE = 2$.

$\therefore \tan\angle EHD = \dfrac{ED}{HD}$. $\therefore \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{2}{HD}$.

解，得 $HD = 2\sqrt{3}$. …………………… 4分



$\because \angle BCA = \angle EHD + \angle HBC$，

$\therefore \angle HBC = \angle EHD = 30^\circ$. $\because DC = 20$，

$\therefore BC = HC = HD + DC = 20 + 2\sqrt{3}$. …………………………………… 5分

在 Rt$\triangle CAB$ 中，$\angle BAC = 90^\circ$，$\angle BCA = 60^\circ$，

$\therefore \sin\angle BCA = \dfrac{AB}{BC}$. $\therefore \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{AB}{20 + 2\sqrt{3}}$. …………………………………… 6分

解，得 $AB = 10\sqrt{3} + 3$. …………………………………… 7分

答：古塔 AB 的高为$(10\sqrt{3} + 3)$米. …………………………………… 8分

24.（本题 10 分）

解：(1) 设第 x 月的利润是 108 万元，根据题意，得 …………………………………… 1分

$(10 - 0.5x)(x + 10) = 108$. …………………………………… 3分

解，得 $x_1 = 2$，$x_2 = 8$. …………………………………… 4分

答：2 月份或 8 月份的单月利润是 108 万元. …………………………………… 5分

(2) 设第 x 月的利润是 y 万元，根据题意，得 …………………………………… 5分

$y = (10 - 0.5x)(x + 10)$ …………………………………… 6分

$= -0.5x^2 + 5x + 100$. …………………………………… 7分

$\because -0.5 < 0$，$\therefore$ 当 $x = \dfrac{5}{2 \times (-0.5)} = 5$ 时， …………………………………… 8分

$y_{最大} = (10 - 0.5 \times 5)(5 + 10) = 112.5$. …………………………………… 9分

答：单月最大利润是 112.5 万元，是 5 月份. …………………………………… 10分

25.（本题 12 分）

解：(1) 答：$BH = AF$. 理由如下： …………………………………… 1分

$\because$ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $EFGH$ 都是正方形，

$\therefore BE = AE$，$\angle BEH = \angle AEF = 90^\circ$，$EH = EF$. …………………………………… 2分

$\therefore \triangle BEH \cong \triangle AEF$. …………………………………… 3分

$\therefore BH = AF$. …………………………………… 4分

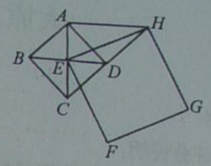
(2) $\dfrac{2\sqrt{2}b - \sqrt{2}a}{2} \leqslant x \leqslant \dfrac{2\sqrt{2}b + \sqrt{2}a}{2}$（或$\sqrt{2}b - \dfrac{\sqrt{2}}{2}a \leqslant x \leqslant \sqrt{2}b + \dfrac{\sqrt{2}}{2}a$）. …………… 6分

135°. …………………………………… 8分

(3) 如图. …………………………………………………………………………………… 9分

在正方形 $ABCD$ 中, $AB = a$,

$\therefore AE = \frac{\sqrt{2}}{2}a, BD = \sqrt{2}a, \angle AED = 90^\circ$. ………… 10分



当四边形 $ABDH$ 是平行四边形时,

$\therefore AH = BD = \sqrt{2}a,\ AH \parallel BD$.

$\therefore \angle EAH = 90^\circ$. ………………………………………… 11分

在 Rt△AEH 中, 由 $AE^2 + AH^2 = EH^2$, 得 $(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2 + (\sqrt{2}a)^2 = b^2$.

$\therefore 2b^2 = 5a^2$. $\because a > 0, b > 0$, $\therefore b = \frac{\sqrt{10}}{2}a$ (或 $a = \frac{\sqrt{10}}{5}b$). ………… 12分

26. (本题 14 分)

解: (1) 由题知 $\begin{cases} y_1 = \sqrt{3}x + \sqrt{3}, \\ y_2 = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}. \end{cases}$ ………… 1分

解, 得 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2\sqrt{3}. \end{cases}$ ………………………… 3分

所以, 点 C 的坐标为 $(1, 2\sqrt{3})$. ………… 4分

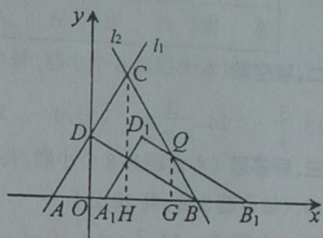


图1

(2) 如图 1, 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H, 由 (1) 得 $CH = 2\sqrt{3}, OH = 1$. ………………………… 5分

$\because$ 直线 l_1 交 x 轴于点 A, $\therefore$ 当 $y = 0$ 时, $\sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0$.

解, 得 $x = -1$. $\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-1, 0)$.

$\therefore AH = 1 + 1 = 2$. ……………………………………………… 6分

在 Rt△CAH 中, $\angle CHA = 90^\circ$,

$\therefore \tan\angle CAH = \frac{CH}{AH} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$,

$\therefore \angle CAH = 60^\circ$.

$\because$ 直线 l_1 交 y 轴于点 D, $\therefore$ 当 $x = 0$ 时, $y = \sqrt{3}$. $\therefore$ 点 D 的坐标为 $(0, \sqrt{3})$.

$\therefore OD = \sqrt{3}$. ……………………………………………………… 7分

$\because$ 直线 l_2 交 x 轴于点 B, $\therefore$ 当 $y = 0$ 时, $-\sqrt{3}x + 3\sqrt{3} = 0$. 解, 得 $x = 3$.

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(3, 0)$.

在 Rt△CHB 中, $\angle CHB = 90^\circ$, 同理可得 $\angle CBH = 60^\circ$.

在 Rt△ODB 中, $\angle DOB = 90^\circ$, $\therefore \tan\angle DBO = \frac{OD}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore \angle DBO = 30^\circ$. $\therefore \angle ADB = 90^\circ$. ………………………… 8分

以下分两种情况：

① 当 $0 \leqslant x \leqslant 2$ 时，如图 1，重叠部分是四边形 D_1A_1BQ.

过点 Q 作 $QG \perp AB$ 于点 G.

由题，知 $BB_1 = x$，$\angle QB_1O = 30°$，$\angle CBH = 60°$. $\because \angle CBH = \angle QB_1B + \angle BQB_1$，

$\therefore \angle BQB_1 = \angle QB_1B = 30°$，$\therefore QB = BB_1 = x$. $\therefore QG = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x$. ………… 9 分

$$\therefore S = S_{\triangle A_1B_1D_1} - S_{\triangle QBB_1} = \frac{AB \times OD}{2} - \frac{BB_1 \times QG}{2} = \frac{4 \times \sqrt{3}}{2} - \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}x \times x}{2}.$$

即 $S = -\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 2\sqrt{3}$. ………………………………………………………………… 11 分

② 当 $2 < x \leqslant 4$ 时，如图 2，重叠部分是等边 $\triangle A_1MB$.

过点 M 作 $MN \perp AB$ 于点 N，则 $\angle MNB = 90°$.

由题，知 $AA_1 = x$，$\therefore A_1B = 4 - x$.

$\therefore BM = A_1B = 4 - x$.

在 Rt$\triangle MBN$ 中，由 $\sin\angle MBN = \dfrac{MN}{MB}$，得

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{MN}{4 - x}$.

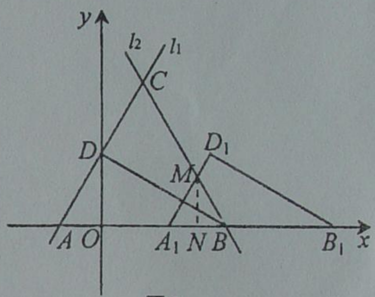


图 2

解，得 $MN = \dfrac{\sqrt{3}(4 - x)}{2}$. ………………… 12 分

$$\therefore S = S_{\triangle A_1BM} = \frac{A_1B \times MN}{2} = \frac{1}{2} \times (4 - x) \times \frac{\sqrt{3}(4 - x)}{2}.$$

即 $S = \dfrac{\sqrt{3}}{4}(4 - x)^2$. ……………………………………………………………………… 13 分

综上所述，所求函数关系式为

$$S = \begin{cases} -\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 2\sqrt{3}, (0 \leqslant x \leqslant 2) \\ \dfrac{\sqrt{3}}{4}(4 - x)^2. (2 < x \leqslant 4) \end{cases}$$ ……………………………………………… 14 分