



学大教育
xueda.com

中小学个性化辅导系列丛书

初中数学

分类汇编

(杭州 2016 版)

学大教育杭州分公司

丛书说明

《中小学个性化辅导系列丛书·中考真题分类汇编》是以《杭州市各类高中招生文化考试命题实施细则》为依据，并参考其他已实行新课改省市的《中考考试说明》编写而成的。本丛书是学大教育名师团为 2016 年杭州中考考生量身定制、精心准备的一份厚礼。

本丛书分类汇编之选题，来自于近六年杭州中考原题，以及近三年杭州市各名校月考试卷、各区的统考试卷（包括期中、期末和模拟考试）、其他省市贴近杭州的中考真题，并且附有较为详细的参考答案。

本丛书区别于其他复习资料的是：本丛书所选试题，均按《杭州市各类高中招生文化考试命题实施细则》及各知识点的顺序进行分类、编排、整合的，尤其有利于杭州地区学生在课余时间的自学、自测和巩固复习用。同时更是初三毕业班同步一轮、二轮复习非常贴近实际教学需要的一套教学资料。

使用本分类汇编时，需要注意以下几点：

1. 要循序渐进。在认真理解教材的基础上，可用本分类汇编来检查复习效果，检查复习过程中知识点和能力上的漏洞。

2. 要有针对性。可以根据自身实际，有针对性的进行训练。可以选择性的把简单试题和较难试题结合起来做，把不同类型的习题结合起来做，以训练和提高自己的能力为主要目标。

3. 要举一反三。在做本套练习时，要注意拓展视角，一题多解。要充分发挥思维的联想和迁移能力，要准确把握知识点的考查角度、难度、知识点之间的联系和差异，要有助于基础知识的知记、基本技能的提高和教材的深入把握。

本分类汇编不仅是你平时训练的习题集，更是对你知识应用能力的综合考查及复习备考不可替代的资料用书。

本分类汇编不仅对杭州地区初三毕业班学生复习备考具有较强的实用性和指导性，其答题思路与解题技巧对非毕业班年级学生也同样适用，也是杭州地区一线教师不可多得的教学参考用书。同时，该丛书也可作为其他地区一线教师教学参考之用。

由于编写时间紧，本分类汇编在编纂过程中，虽经反复校审，但难免会有疏漏，请在试用中批评订正。

学大教育名师团编委会

目录

学大教育新初三大一轮复习建议.....	3
学员分析及课时定制建议.....	6
专题 1: 实数问题.....	9
专题 2: 代数式问题.....	13
专题 3: 方程(组)问题.....	16
专题 4: 不等式(组)问题.....	22
专题 5: 图形的变换问题.....	24
专题 6: 数量和位置变化问题.....	32
专题 7: 函数的图像、性质和应用问题.....	37
专题 8: 统计与概率问题.....	51
专题 9: 平面几何基础.....	58
专题 10: 三角形问题.....	63
专题 11: 四边形问题.....	79
专题 12: 圆的问题.....	87
专题 13: 动态几何问题.....	94
专题 14: 几何三大变换问题.....	103
专题 15: 探索型问题.....	113
专题 16: 操作型问题.....	124
专题 17: 阅读理解型问题.....	128
专题 18: 实际应用问题.....	135
专题 20: 压轴题.....	161

学大教育初三大一轮复习建议

杭州-数学

中考分析

随着中考的一步步接近，初三的学生已经开始进入备考状态，针对中考变革的新形势，如何备考才能以最好的状态面对考试呢？

多年来的题海战术，如炼狱般折磨一代又一代考生，大海里捞鱼辛苦多收成少。真正有针对性的训练少，今天做了一个统计关于：中考考什么，怎么考，考多少分，考在什么位置，进行了统计与分析。我们真正为学生的复习效率的提高做努力。

通过分析近四年的中考数学试卷，我们得到以下的数据：

年份 题号及类型		2015 年	2014 年	2013 年	2012 年
1	选择题 (3 分)	科学记数法	整式乘除	轴对称图形	有理数运算
2	选择题 (3 分)	有理数的运算	三视图	整式、分式计算	圆与圆的位置关系
3	选择题 (3 分)	中心对称图形	三角函数	平行四边形的性质	随机事件可能性
4	选择题 (3 分)	代数式计算	平方根、方程及不等式	解二元一次方程组	平行四边形的性质
5	选择题 (3 分)	圆内接四边形性质	特殊平行四边形	条形统计图	整式的混合运算
6	选择题 (3 分)	平方根	反比例函数	分式的乘除法	条形统计图
7	选择题 (3 分)	一元一次方程的应用	分式	直线与圆的位置关系	二次根式计算
8	选择题 (3 分)	统计	统计图	三视图	解直角三角形
9	选择题 (3 分)	概率	概率	解直角三角形	抛物线与 x 轴的交点
10	选择题 (3 分)	二次函数与一次函数	三角函数及轴对称	函数与不等式	方程、不等式
11	填空题 (4 分)	统计	科学计数法	轴对称图形	有理数运算
12	填空题 (4 分)	因式分解	平行线的性质	实数大小比较	分式计算
13	填空题 (4 分)	二次函数	二元一次方程组	特殊角的三角函数值	有理数的混合运算
14	填空题 (4 分)	平行线	折线统计图、中位数	平均数	二次根式、不等式

15	填空题 (4 分)	反比例函数	二次函数	圆锥的计算	菱形、直棱柱
16	填空题 (4 分)	平行四边形	圆、相似三角形	切线的性质	轴对称
17	解答题 (6 分)	统计	概率	尺规作图	整式的混合运算
18	解答题 (8 分)	全等三角形	全等三角形	解方程、不等式	二次函数的最值
19	解答题 (8 分)	圆与特殊三角形	整式乘除、一元二次方程	特殊四边形与三角形	尺规作图
20	解答题 (10 分)	二次函数	基本作图	二次函数的性质	不等式、概率
21	解答题 (10 分)	三角形	直线与圆的位置关系	概率	几何综合
22	解答题 (12 分)	相似三角形及中线、高的性质	函数几何综合	等腰三角形、反比例函数	二次函数综合
23	解答题 (12 分)	一次函数	函数	四边形、函数综合	几何综合

分析近四年的杭州中考数学试卷, 我们不难发现, 每年必考的知识点如下: 整式、分式、二次根式、一元一次不等式、一元二次方程、一次函数、反比例函数、二次函数、三角形、四边形、三视图以及统计和概率。

近 4 年的浙江中考录取分数线统计如下

招生学校	2015 年	2014 年	2013 年	2012 年
杭州第二中学(滨江校区)	529	514	516	513
杭州学军中学	525	508	510	509
杭州高级中学	521	501	505	505
杭州第十四中学 (凤起校区)	518	497	501	497
杭州第四中学 (下沙校区)	514	491	494	495
浙江大学附属中学	510	482	488	489
杭州市长河高级中学	508	481	486	485
萧山中学	505			
杭州师范大学附属中学	503	477	483	483
杭高分	499			
杭州第十四中学 (康桥校区)	498	473	478	478
余杭高级中学	491			
杭州市源清中学	490	463	469	465
浙大附中丁兰校区	489			
萧山区第五高级中学	483			
杭州西湖高级中学	482	452	458	451
杭州第七中学	481	448	452	441

杭州第四中学（吴山校区）	480	450	457	458
杭州第二中学(东河校区)	478	441	455	455
杭州绿城育华学校	476	431	438	439
余杭第二高级中学	474			
杭州第九中学	470	433	441	442
杭州第二中学（东河校区）传媒艺术特色班	469	437	440	434
杭州第十一中学	466	429	441	442
杭州市夏衍中学	464	428	438	439
杭州市长征中学	464	428	438	439
杭州第七中学美术特色班	463	424	436	435
萧山区第九高级中学	454			
杭州市艮山中学	454			

初步估算各个分数线下，数学需要取得多少分数才没有拉总分后腿呢？

招生学校	预估分数	招生学校	预估分数
杭州第二中学(滨江校区)	111	杭州第七中学	101
杭州学军中学	111	杭州第四中学（吴山校区）	101
杭州高级中学	110	杭州第二中学(东河校区)	101
杭州第十四中学（凤起校区）	109	杭州绿城育华学校	100
杭州第四中学（下沙校区）	108	余杭第二高级中学	100
浙江大学附属中学	107	杭州第九中学	99
杭州市长河高级中学	107	杭州第二中学（东河校区）传媒艺术特色班	99
萧山中学	106	杭州第十一中学	98
杭州师范大学附属中学	106	杭州市夏衍中学	98
杭高分	105	杭州市长征中学	98
杭州第十四中学（康桥校区）	105	杭州第七中学美术特色班	97
余杭高级中学	103	萧山区第九高级中学	96
杭州市源清中学	103	杭州市艮山中学	96
浙大附中丁兰校区	103		
萧山区第五高级中学	102		
杭州西湖高级中学	101		

学员分析及课时定制建议

主要以目标分类，有四种，针对每类学员情况分析，进行个性化辅导。

一、普高或职高为目标

该类学生相对来说数学基础较薄弱，基本知识掌握较少，日校跟不上老师讲课进度，主要以普高为目标，根据杭州普高每年分数线，数学这科至少需要达到 72 分的成绩。

针对学生进行化学的全面学习，打好基础，掌握中考必考点，主要包括整式、分式、二次根式、一元一次不等式、一元二次方程、一次函数、反比例函数、二次函数、三角形、四边形、三视图以及统计和概率。

二、优高为目标

有一定基础，但知识点掌握程度不熟练，对中考考点认识深度不够，目标主要为优高的学生，那么数学需要至少考到 90 分。

针对该类学生知识讲解清楚，知识理解要透彻，主要对中考整个考点的知识点及知识点之间联系的串讲，知识要掌握牢靠，掌握不懂点，区分易错点，进行提高练习。

三、重高为目标

针对重高录取分数线，需要考生数学能达到 100 分，该类考生有一定的基础，知识基本了解，但还没有达到灵活掌握，需要活学活用，需要进行更深层次的讲解，包括知识与知识的前后联系，知识点的举一反三，中考考点的针对提高，针对性的练习讲解。

四、“前三所”为目标

“前三所”一般要求考生数学成绩至少能达到 105 分，该类考生一般为在班里成绩较好的为主，知识点基本掌握，在运用方面还是有所欠缺，包括数学基本思想方法的认识与运用，数学解题方法的把握，解题速度不是很快，主要对其考点的归类，进行数学思想的灌输，多种解题方法的掌握，提高解题的速度，压轴题的针对性讲解训练。

辅导计划

共计 190 课时

知识点	课时数	考点	综合性考查形式	考试情况
实数的概念及相关计算 (4 课时)	1 课时	平方根及立方根的概念及计算	计算	必考点
	1 课时	相反数、倒数、绝对值以及科学计数法		必考点
	2 课时	实数的运算		必考点
代数式 (10 课时)	2 课时	整式的混合运算	计算	必考点
	4 课时	因式分解		必考点
	2 课时	分式的概念、意义以及化简求值		间断性考点
	2 课时	二次根式的意义以及化简求值		间断性考点
方程 (16 课时)	2 课时	一元一次方程及其应用	计算、实际问题	必考点

	4 课时	二元一次方程组及其应用		必考点
	6 课时	一元二次方程及其应用		必考点
	4 课时	分式方程的解法及其应用		间断性考点
不等式 (10 课时)	2 课时	一元一次不等式的概念及其性质	解不等式、方程与不等式、不等式的实际应用	间断性考点
	2 课时	一元一次不等式组的解法		间断性考点
	2 课时	含有参数的一元一次不等式的解法		间断性考点
	4 课时	一元一次不等式组的实际应用		间断性考点
平面直角坐标系 (2 课时)	2 课时	直角坐标系的概念, 坐标的表示, 长度的表示	计算	间断性考点
一次函数 (6 课时)	2 课时	一次函数的概念、解析式、图像及其性质	求一次函数解析式、应用一次函数解决实际问题	必考点
	4 课时	一次函数的应用		间断性考点
反比例函数 (8 课时)	2 课时	反比例函数的概念、解析式、图像及其性质	求反比例函数解析式、反比例函数与一次函数和不等式的综合应用	必考点
	4 课时	反比例函数的性质的应用		间断性考点
	2 课时	反比例函数与一次函数及一元一次不等式的综合应用		间断性考点
二次函数 (16 课时)	2 课时	二次函数的概念、解析式的求解	求二次函数解析式, 二次函数图像和性质, 二次函数图像与性质的应用, 二次函数的综合应用	必考点
	6 课时	二次函数的图像及其性质		必考点
	4 课时	二次函数与一次函数的综合应用		必考点
	2 课时	二次函数与反比例函数的综合应用		必考点
	2 课时	二次函数与不等式的综合应用		必考点
相交线及平行线 (4 课时)	2 课时	平行线的性质	平行线的性质及判定	间断性考点
	2 课时	平行线的判定及其应用		间断性考点
三角形及全等三角形 (12 课时)	2 课时	三角形的基本性质及其应用	证明三角形全等	间断性考点
	8 课时	全等三角形的概念、性质及判定		必考点
特殊三角形 (12 课时)	4 课时	等腰三角形的性质及应用	等腰三角形和直角三角形的性质和判定, 勾股定理的应用	必考点
	4 课时	直角三角形的性质		必考点
	4 课时	勾股定理的概念及应用		必考点
相似三角形 (8 课时)	2 课时	比例线段及相似三角形的性质	相似三角形的性质, 相似三角形的证明	必考点
	6 课时	相似三角形的判定		必考点
解直角三角形 (6 课时)	2 课时	三角函数的概念以及特殊角的三角函数值	特殊角的三角函数值, 三角函数的计算及证明	必考点
	4 课时	三角函数的实际应用		间断性考点
平行四边形 (4 课时)	2 课时	平行四边形的性质	平行四边形的性质与判定的证明或者计算	必考点
	2 课时	平行四边形的判定		间断性考点
特殊四边形 (18 课时)	4 课时	矩形的性质及判定	证明题	间断性考点
	4 课时	菱形的性质及判定		间断性考点

	6 课时	正方形的性质及判定		间断性考点
	4 课时	梯形的性质及判定		间断性考点
圆 (24 课时)	2 课时	圆的相关概念	圆的相关计算、证明	间断性考点
	4 课时	垂径定理		间断性考点
	6 课时	圆周角及圆心角定理		间断性考点
	4 课时	圆的相关计算		间断性考点
	8 课时	直线与圆的位置关系、圆与圆的位置关系		必考点
平移、旋转、对称 (10 课时)	10 课时	平移、旋转、对称的性质及应用	性质的应用计算及证明	必考点
综合应用 (20)	2 课时	函数与方程	证明以及计算	间断性考点
	4 课时	函数与三角形		间断性考点
	4 课时	函数与四边形		间断性考点
	2 课时	函数与圆		间断性考点
	4 课时	三角形与四边形		间断性考点
	2 课时	三角形与圆		间断性考点
	2 课时	四边形与圆		间断性考点

专题 1: 实数问题



一. 选择题

1. (2015 年浙江杭州 3 分) 统计显示, 2013 年底杭州市各类高中在校学生人数约是 11.4 万人, 将 11.4 万用科学记数法表示应为【 】

- A. 11.4×10^4 B. 1.14×10^4 C. 1.14×10^5 D. 0.114×10^6

2. (2015 年浙江杭州 3 分) 下列计算正确的是【 】

- A. $2^3 + 2^4 = 2^7$ B. $2^3 - 2^4 = 2^{-1}$ C. $2^3 \times 2^4 = 2^7$ D. $2^3 \div 2^4 = 2^1$

3. (2015 年浙江杭州 3 分) 若 $k < \sqrt{90} < k+1$ (k 是整数), 则 $k=$ 【 】

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

4. (2015 年浙江湖州 3 分) -5 的绝对值是【 】

- A. -5 B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

5. (2015 年浙江湖州 3 分) 4 的算术平方根是【 】

- A. ± 2 B. 2 C. -2 D. $\sqrt{2}$

6. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 计算 $2-3$ 的结果是【 】

- A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

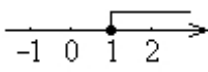
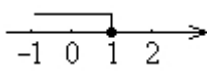
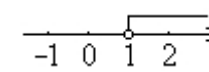
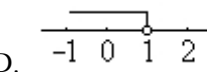
7. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 2014 年嘉兴市地区生产总值为 335 280 000 000 元, 该数据用科学记数法表示为【 】

- A. 33528×10^7 B. 0.33528×10^{12} C. 3.3528×10^{10} D. 3.3528×10^{11}

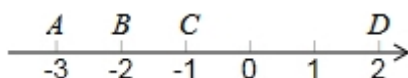
8. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 与无理数 $\sqrt{31}$ 最接近的整数是【 】

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

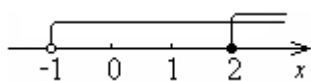
9. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 一元一次不等式 $2(x+1) \geq 4$ 的解在数轴上表示为【 】

- A.  B.  C.  D. 

10. (2015 年浙江金华 3 分) 如图, 数轴上的 A, B, C, D 四点中, 与表示数 $-\sqrt{3}$ 的点最接近的是【 】



- A. 点 A B. 点 B C. 点 C D. 点 D
11. (2015 年浙江丽水 3 分) 在数 $-3, -2, 0, 3$ 中, 大小在 -1 和 2 之间的数是【 】
- A. -3 B. -2 C. 0 D. 3
12. (2015 年浙江丽水 3 分) 如图, 数轴上所表示关于 x 的不等式组的解集是【 】



- A. $x \geq 2$ B. $x > 2$ C. $x > -1$ D. $-1 < x \leq 2$
13. (2015 年浙江宁波 4 分) $-\frac{1}{3}$ 的绝对值是【 】
- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. -3
14. (2015 年浙江宁波 4 分) 2015 年中国高端装备制造业收入将超过 6 万亿元, 其中 6 万亿元用科学计数法可表示为【 】

- A. 0.6×10^{13} 元 B. 60×10^{11} 元 C. 6×10^{12} 元 D. 6×10^{13} 元
15. (2015 年浙江衢州 3 分) -3 的相反数是【 】
- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$
16. (2015 年浙江绍兴 4 分) 计算 $(-1) \times 3$ 的结果是【 】

- A. -3 B. -2 C. 2 D. 3
17. (2015 年浙江绍兴 4 分) 据中国电子商务研究中心监测数据显示, 2015 年第一季度中国轻纺城市场群的商品成交额达 27 800 000 000 元, 将 27 800 000 000 用科学计数法表示为【 】

- A. 2.78×10^{10} B. 2.78×10^{11} C. 27.8×10^{10} D. 0.278×10^{11}
18. (2015 年浙江台州 4 分) 某班有 20 位同学参加围棋、象棋比赛, 甲说: “只参加一项的人数大于 14 人”; 乙说: “两项都参加的人数小于 5 人”. 对于甲、乙两人的说法, 有下列四个命题, 其中真命题的是【 】

- A. 若甲对, 则乙对 B. 若乙对, 则甲对 C. 若乙错, 则甲错 D. 若甲错, 则乙对

19. (2015 年浙江温州 4 分) 给出四个数 0, $\sqrt{3}$, $\frac{1}{2}$, -1, 其中最小的是【 】

- A. 0 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. -1



二. 填空题

1. (2015 年浙江湖州 4 分) 计算: $2^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$

2. (2015 年浙江金华 4 分) 数 -3 的相反数是 $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$

3. (2015 年浙江宁波 4 分) 实数 8 的立方根是 $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$



三. 解答题

1. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 计算: $|-5| + \sqrt{4} \times 2^{-1}$;

2. (2015 年浙江金华 6 分) 计算: $\sqrt{12} + 2^{-1} - 4\cos 30^\circ + \left|-\frac{1}{2}\right|$

3. (2015 年浙江丽水 6 分) 计算: $|-4| + (-\sqrt{2})^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

4. (2015 年浙江衢州 6 分) 计算: $\sqrt{12} - |-2| + (1 - \sqrt{2})^0 - 4\sin 60^\circ$.

5. (2015 年浙江绍兴 4 分) 计算: $2\cos 45^\circ - (\pi + 1)^0 + \sqrt{\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$;

6. (2015 年浙江台州 8 分) 计算: $6 \div (-3) + |-1| - 2015^0$

7. (2015 年浙江温州 5 分) 计算: $2015^0 + \sqrt{12} + 2 \times (-\frac{1}{2})$

专题 2：代数式问题



一. 选择题

- (2015 年浙江杭州 3 分) 下列各式的变形中, 正确的是【 】
 A. $(-x-y)(-x+y)=x^2-y^2$ B. $\frac{1}{x}-x=\frac{1-x}{x}$
 C. $x^2-4x+3=(x-2)^2+1$ D. $x \div (x^2+x)=\frac{1}{x}+1$
- (2015 年浙江湖州 3 分) 当 $x=1$ 时, 代数式 $4-3x$ 的值是【 】
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- (2015 年浙江金华 3 分) 计算 $(a^2)^3$ 结果正确的是【 】
 A. a^5 B. a^6 C. a^8 D. $3a^2$
- (2015 年浙江金华 3 分) 要使分式 $\frac{1}{x+2}$ 有意义, 则 x 的取值应满足【 】
 A. $x=-2$ B. $x \neq -2$ C. $x > -2$ D. $x \neq -2$
- (2015 年浙江丽水 3 分) 计算 $(a^2)^3$ 结果正确的是【 】
 A. $3a^2$ B. a^6 C. a^5 D. $6a$
- (2015 年浙江丽水 3 分) 分式 $-\frac{1}{1-x}$ 可变形为【 】
 A. $-\frac{1}{x-1}$ B. $\frac{1}{1+x}$ C. $-\frac{1}{1+x}$ D. $\frac{1}{x-1}$
- (2015 年浙江宁波 4 分) 下列计算正确的是【 】
 A. $(a^2)^3=a^5$ B. $2a-a=2$ C. $(2a)^2=4a$ D. $a \cdot a^3=a^4$
- (2015 年浙江衢州 3 分) 下列运算正确的是【 】
 A. $a^3+a^2=2a^5$ B. $(x^2)^3=x^5$ C. $2a^6 \div a^3=2a^2$ D. $x^3 \cdot x^2=x^5$
- (2015 年浙江绍兴 4 分) 下面是一位同学做的四道题: ① $2a+3b=5ab$; ② $(3a^3)^2=6a^6$; ③ $a^6 \div a^2=a^3$; ④ $a^2 \cdot a^3=a^5$, 其中做对的一道题的序号是【 】
 A. ① B. ② C. ③ D. ④

10. (2015 年浙江绍兴 4 分) 化简 $\frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{1-x}$ 的结果是【 】
- A. $x+1$ B. $\frac{1}{x+1}$ C. $x-1$ D. $\frac{x}{x-1}$
11. (2015 年浙江台州 4 分) 单项式 $2a$ 的系数是【 】
- A. 2 B. $2a$ C. 1 D. a
12. (2015 年浙江台州 4 分) 把多项式 $2x^2 - 8$ 分解因式, 结果正确的是【 】
- A. $2(x^2 - 8)$ B. $2(x-2)^2$ C. $2(x+2)(x-2)$ D. $2x(x - \frac{4}{x})$



二. 填空题

1. (2015 年浙江杭州 4 分) 分解因式: $m^3n - 4mn =$ ▲
2. (2015 年浙江嘉兴 5 分) 因式分解: $ab - a =$ ▲
3. (2015 年浙江金华 4 分) 已知 $a+b=3$, $a-b=5$, 则代数式 $a^2 - b^2$ 的值是 ▲
4. (2015 年浙江丽水 4 分) 分解因式: $9 - x^2 =$ ▲
5. (2015 年浙江宁波 4 分) 分解因式: $x^2 - 9 =$ ▲
6. (2015 年浙江绍兴 5 分) 因式分解: $x^2 - 4 =$ ▲
7. (2015 年浙江温州 5 分) 分解因式: $a^2 - 2a + 1 =$ ▲



三. 解答题

1. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 化简: $a(2-a) + (a+1)(a-1)$
2. (2015 年浙江湖州 6 分) 计算: $\frac{a^2}{a-b} - \frac{b^2}{a-b}$
3. (2015 年浙江丽水 6 分) 先化简, 再求值: $a(a-3) + (1-a)(1+a)$, 其中 $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

4. (2015 年浙江衢州 6 分) 先化简, 再求值: $(x^2 - 9) \div \frac{x-3}{x}$, 其中 $x = -1$.

5. (2015 年浙江台州 8 分) 先化简, 再求值: $\frac{1}{a+1} - \frac{a}{(a+1)^2}$, 其中 $a = \sqrt{2} - 1$.

6. (2015 年浙江温州 5 分) 化简: $(2a+1)(2a-1) - 4a(a-1)$

7. (2015 年浙江舟山 3 分) 化简: $a(2-a) + (a+1)(a-1)$

专题 3：方程（组）问题



一. 选择题

1. (2015 年浙江杭州 3 分) 某村原有林地 108 公顷, 旱地 54 公顷, 为保护环境, 需把一部分旱地改造为林地, 使旱地占林地面积的 20%, 设把 x 公顷旱地改为林地, 则可列方程【 】

A. $54 - x = 20\% \times 108$ B. $54 - x = 20\% \times (108 + x)$

C. $54 + x = 20\% \times 162$ D. $108 - x = 20\% (54 + x)$

2. (2015 年浙江金华 3 分) 一元二次方程 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 则 $x_1 \cdot x_2$ 的值是【 】

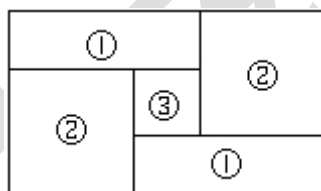
A. 4

B. -4

C. 3

D. -3

3. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 小明家的住房平面图呈长方形, 被分割成 3 个正方形和 2 个长方形后仍是中心对称图形. 若只知道原住房平面图长方形的周长, 则分割后不用测量就能知道周长的图形标号为【 】



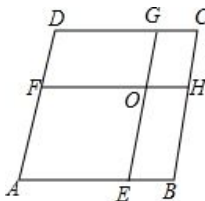
A. ①②

B. ②③

C. ①③

D. ①②③

4. (2015 年浙江台州 4 分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=8$, 点 E, F 分别在 AB, AD 上, 且 $AE=AF$, 过点 E 作 $EG \parallel AD$ 交 CD 于点 G , 过点 F 作 $FH \parallel AB$ 交 BC 于点 H , EG 与 FH 交于点 O , 当四边形 $AEOF$ 与四边形 $CGOH$ 的周长之差为 12 时, AE 的值为【 】



A. 6.5

B. 6

C. 5.5

D. 5

5. (2015 年浙江温州 4 分) 若关于 x 的一元二次方程 $4x^2 - 4x + c = 0$ 有两个相等实数根, 则 c 的值是【 】

A. -1

B. 1

C. -4

D. 4

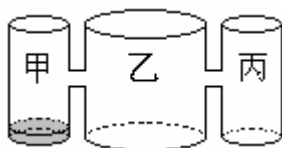


二. 填空题

1. (2015 年浙江嘉兴 5 分) 公元前 1700 年的古埃及纸草书中, 记载着一个数学问题: “它的全部, 加上它的七分之一, 其和等于 19.” 此问题中“它”的值为 ▲

2. (2015 年浙江丽水 4 分) 解一元二次方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 时, 可转化为两个一元一次方程, 请写出其中的一个一元一次方程 ▲ .

3. (2015 年浙江绍兴 5 分) 实验室里, 水平桌面上有甲、乙、丙三个圆柱形容器 (容器足够高), 底面半径之比为 1: 2: 1, 用两个相同的管子在容器的 5cm 高度处连通 (即管子底端离容器底 5cm), 现三个容器中, 只有甲中有水, 水位高 1cm , 如图所示. 若每分钟同时向乙和丙注入相同量的水, 开始注水 1 分钟, 乙的水位上升 $\frac{5}{6}\text{cm}$, 则开始注入 ▲ 分钟的水量后, 甲与乙的水位高度之差是 0.5cm .



4. (2015 年浙江台州 5 分) 关于 x 的方程 $mx^2 + x - m + 1 = 0$, 有以下三个结论: ①当 $m = 0$ 时, 方程只有一个实数解; ②当 $m \neq 0$ 时, 方程有两个不等的实数解; ③无论 m 取何值, 方程都有一个负数解, 其中正确的是 ▲ (填序号)

5. (2015 年浙江温州 5 分) 方程 $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$ 的根是 ▲



三. 解答题

1. (2015 年浙江杭州 12 分) 方成同学看到一则材料, 甲开汽车, 乙骑自行车从 M 地出发沿一条公路匀速前往 N 地, 设乙行驶的时间为 $t(h)$, 甲乙两人之间的距离为 $y(km)$, y 与 t 的函数关系如图 1 所示, 方成思考后发现了图 1 的部分正确信息, 乙先出发 $1h$, 甲出发 0.5 小时与乙相遇, \dots , 请你帮助方成同学解决以下问题:

(1) 分别求出线段 BC , CD 所在直线的函数表达式;

(2) 当 $20 < y < 30$ 时, 求 t 的取值范围;

(3) 分别求出甲、乙行驶的路程 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$ 与时间 t 的函数表达式, 并在图 2 所给的直角坐标系中分别画出它们的图象;

(4) 丙骑摩托车与乙同时出发, 从 N 地沿同一条公路匀速前往 M 地, 若丙经过 $\frac{4}{3}h$ 与乙相遇, 问丙出发后多少时间与甲相遇.

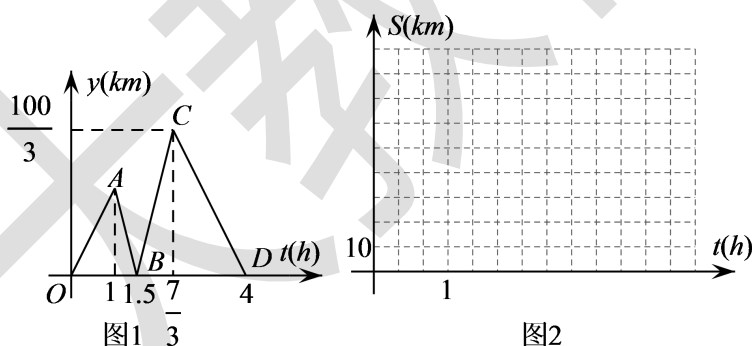


图1

图2

2. (2015 年浙江嘉兴 8 分) 小明解方程 $\frac{1}{x} - \frac{x-2}{x} = 1$ 的过程如图. 请指出他解答过程中的错误, 并写出正确的解答过程.

解: 方程两边同乘以 x

$$1 - (x-2) = 1 \quad \dots\dots ①$$

去括号得 $1 - x - 2 = 1 \quad \dots\dots ②$

合并同类项得 $-x - 1 = 1 \quad \dots\dots ③$

移项得 $-x = 2 \quad \dots\dots ④$

解得 $x = -2 \quad \dots\dots ⑤$

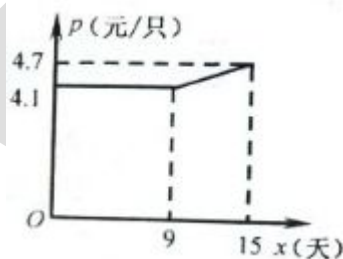
\therefore 原方程的解为 $x = -2 \quad \dots\dots ⑥$

3. (2015 年浙江嘉兴 12 分) 某企业接到一批粽子生产任务, 按要求在 15 天内完成, 约定这批粽子的出厂价为每只 6 元. 为按时完成任务, 该企业招收了新工人, 设新工人李明第 x

天生产的粽子数量为 y 只, y 与 x 满足如下关系式: $y = \begin{cases} 50x (0 \leq x \leq 5) \\ 30x + 120 (5 < x \leq 15) \end{cases}$.

(1) 李明第几天生产的粽子数量为 420 只?

(2) 如图, 设第 x 天每只粽子的成本是 p 元, p 与 x 之间的关系可用图中的函数图象来刻画. 若李明第 x 天创造的利润为 w 元, 求 w 与 x 之间的函数表达式, 并求出第几天的利润最大? 最大值是多少元 (利润=出厂价-成本)?



4. (2015 年浙江湖州 10 分) 某工厂计划在规定时间内生产 24000 个零件, 若每天比原计划多生产 30 个零件, 则在规定时间内可以多生产 300 个零件.

(1) 求原计划每天生产的零件个数和规定的天数;

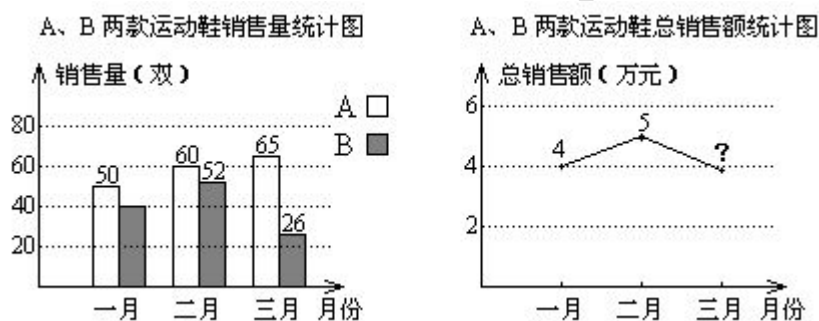
(2) 为了提前完成生产任务, 工厂在安排原有工人按原计划正常生产的同时, 引进 5 组机器人生产流水线共同参与零件生产, 已知每组机器人生产流水线每天生产零件的个数比 20 个工人原计划每天生产的零件总数还多 20%, 按此测算, 恰好提前两天完成 24000 个零件的生产任务, 求原计划安排的工人人数.

5. (2015 年浙江丽水 8 分) 某运动品牌对第一季度 A、B 两款运动鞋的销售情况进行统计, 两款运动鞋的销售量及总销售额如图所示:

(1) 一月份 B 款运动鞋的销售量是 A 款的 $\frac{4}{5}$, 则一月份 B 款运动鞋销售了多少双?

(2) 第一季度这两款运动鞋的销售单价保持不变, 求三月份的总销售额 (销售额 = 销售单价 \times 销售量);

(3) 结合第一季度的销售情况, 请你对这两款运动鞋的进货、销售等方面提出一条建议。



6. (2015 年浙江宁波 10 分) 宁波火车站北广场将于 2015 年底投入使用, 计划在广场内种植 A、B 两种花木共 6600 棵, 若 A 花木数量是 B 花木数量的 2 倍少 600 棵.

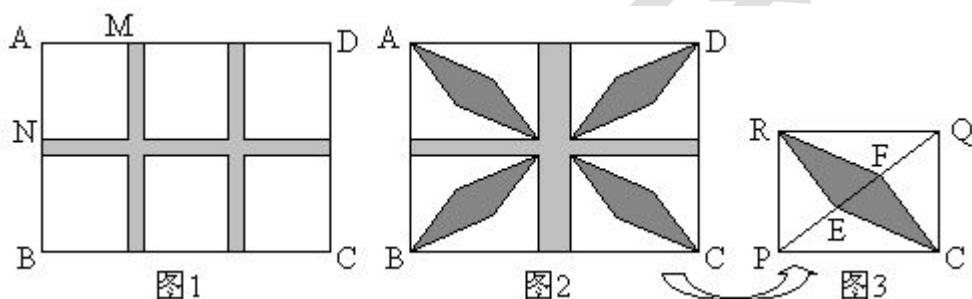
(1) A、B 两种花木的数量分别是多少棵?

(2) 如果园林处安排 26 人同时种植这两种花木, 每人每天能种植 A 花木 60 棵或 B 花木 40 棵, 应分别安排多少人种植 A 花木和 B 花木, 才能确保同时完成各自的任务?

7. (2015 年浙江绍兴 12 分) 某校规划在一块长 AD 为 $18m$, 宽 AB 为 $13m$ 的长方形场地 $ABCD$ 上, 设计分别与 AD , AB 平行的横向通道和纵向通道, 其余部分铺上草皮.

(1) 如图 1, 若设计三条通道, 一条横向, 两条纵向, 且它们的宽度相等, 其余六块草坪相同, 其中一块草坪两边之比 $AM:AN=8:9$, 问通道的宽是多少?

(2) 为了建造花坛, 要修改 (1) 中的方案, 如图 2, 将三条通道改为两条通道, 纵向的宽度改为横向宽度的 2 倍, 其余四块草坪相同, 且每一块草坪均有一边长为 $8m$, 这样能在这些草坪建造花坛. 如图 3, 在草坪 $RPCQ$ 中, 已知 $RE \perp PQ$ 于点 E , $CF \perp PQ$ 于点 F , 求花坛 $RECF$ 的面积.



8. (2015 年浙江温州 10 分) 某农业观光园计划将一块面积为 $900m^2$ 的园圃分成 A , B , C 三个区域, 分别种植甲、乙、丙三种花卉, 且每平方米栽种甲 3 株或乙 6 株或丙 12 株. 已知 B 区域面积是 A 的 2 倍, 设 A 区域面积为 $x(m^2)$.

(1) 求该园圃栽种的花卉总株数 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 若三种花卉共栽种 6600 株, 则 A , B , C 三个区域的面积分别是多少?

(3) 已知三种花卉的单价 (都是整数) 之和为 45 元, 且差价均不超过 10 元, 在 (2) 的前提下, 全部栽种共需 84000 元, 请写出甲、乙、丙三种花卉中, 种植面积最大的花卉总价.

专题 4: 不等式(组) 问题



一. 选择题

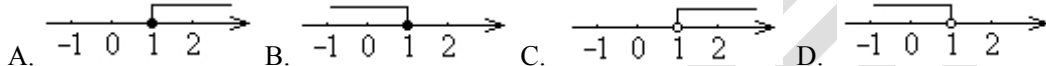
1. (2015 年浙江杭州 3 分) 若 $k < \sqrt{90} < k+1$ (k 是整数), 则 $k=$ 【 】

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

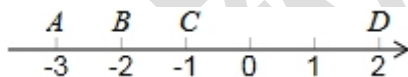
2. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 与无理数 $\sqrt{31}$ 最接近的整数是 【 】

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

3. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 一元一次不等式 $2(x+1) \geq 4$ 的解在数轴上表示为 【 】

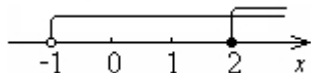


4. (2015 年浙江金华 3 分) 如图, 数轴上的 A, B, C, D 四点中, 与表示数 $-\sqrt{3}$ 的点最接近的是 【 】



- A. 点 A B. 点 B C. 点 C D. 点 D

5. (2015 年浙江丽水 3 分) 如图, 数轴上所表示关于 x 的不等式组的解集是 【 】



- A. $x \geq 2$ B. $x > 2$ C. $x > -1$ D. $-1 < x \leq 2$

6. (2015 年浙江宁波 4 分) 二次函数 $y = a(x-4)^2 - 4$ ($a \neq 0$) 的图象在 $2 < x < 3$ 这一段位于 x 轴的下方, 在 $6 < x < 7$ 这一段位于 x 轴的上方, 则 a 的值为 【 】

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

7. (2015 年浙江温州 4 分) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 2 \\ x-1 \leq 2 \end{cases}$ 的解是 【 】

- A. $x < 1$ B. $x \geq 3$ C. $1 \leq x < 3$ D. $1 < x \leq 3$

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7



二. 填空题

1. (2015 年浙江衢州 4 分) 写出一个解集为 $x > 1$ 的一元一次不等式: _____ ▲ _____.

2. (2015 年浙江台州 5 分) 不等式 $2x - 4 \geq 0$ 的解集是 ▲



三. 解答题

1. (2015 年浙江湖州 6 分) 解不等式组 $\begin{cases} x - 2 < 4 \\ 2x - 1 > 1 \end{cases}$

2. (2015 年浙江金华 6 分) 解不等式组 $\begin{cases} 5x - 3 < 4x \\ 4(x - 1) + 3 \geq 2x \end{cases}$

3. (2015 年浙江宁波 6 分) 解一元一次不等式组 $\begin{cases} 1 + x > -2 \\ \frac{2x - 1}{3} \leq 1 \end{cases}$, 并把解在数轴上表示出来.

4. (2015 年浙江绍兴 4 分) 解不等式: $3x - 5 \leq 2(x + 2)$

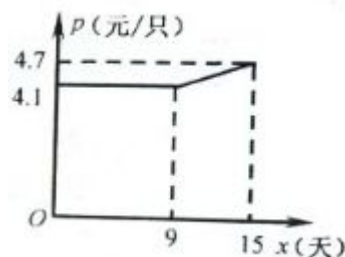
5. (2015 年浙江舟山 10 分) 某企业接到一批粽子生产任务, 按要求在 15 天内完成, 约定这批粽子的出厂价为每只 6 元. 为按时完成任务, 该企业招收了新工人, 设新工人李明第 x

天生产的粽子数量为 y 只, y 与 x 满足如下关系式: $y = \begin{cases} 50x (0 \leq x \leq 5) \\ 30x + 120 (5 < x \leq 15) \end{cases}$

(1) 李明第几天生产的粽子数量为 420 只?

(2) 如图, 设第 x 天每只粽子的成本是 p 元, p 与 x 之间的关系可用图中的函数图象来刻画. 若李明第 x 天创造的利润为 w 元, 求 w 与 x 之间的函数表达式, 并求出第几天的利润最大? 最大值是多少元 (利润 = 出厂价 - 成本)?

(3) 设 (2) 小题中第 m 天利润达到最大值, 若要使第 $(m + 1)$ 天的利润比第 m 天的利润至少多 48 元, 则第 $(m + 1)$ 天每只粽子至少应提价几元?



专题 5：图形的变换问题



一. 选择题

1. (2015 年浙江杭州 3 分) 下列图形是中心对称图形的是【 】



2. (2015 年浙江湖州 3 分) 若一个圆锥的侧面展开图是半径为 18cm ，圆心角为 240° 的扇形，则这个圆锥的底面半径长是【 】

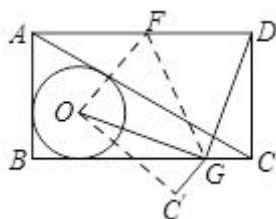
A. 6cm

B. 9cm

C. 12cm

D. 18cm

3. (2015 年浙江湖州 3 分) 如图， AC 是矩形 $ABCD$ 的对角线， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，现将矩形 $ABCD$ 按如图所示的方式折叠，使点 D 与点 O 重合，折痕为 FG ，点 F, G 分别在 AD, BC 上，连结 OG, DG ，若 $OG \perp DG$ ，且 $\odot O$ 的半径长为 1，则下列结论不成立的是【 】



A. $CD + DF = 4$

B. $CD - DF = 2\sqrt{3} - 3$

C. $BC + AB = 2\sqrt{3} + 4$

D. $BC - AB = 2$

4. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 下列四个图形分别是四届国际数学家大会的会标：



其中属于中心对称图形的有【 】

A. 1 个

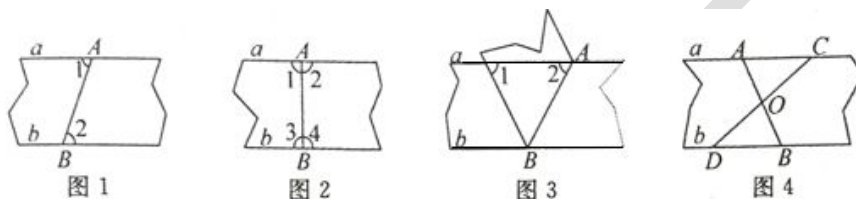
B. 2 个

C. 3 个

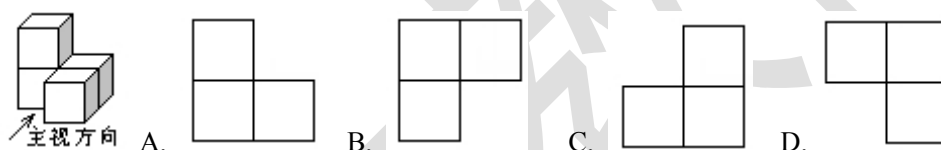
D. 4 个

5. (2015 年浙江金华 3 分) 以下四种沿 AB 折叠的方法中, 不一定能判定纸带两条边线 a , b 互相平行的是【 】

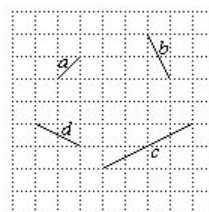
- A. 如图 1, 展开后, 测得 $\angle 1 = \angle 2$
 B. 如图 2, 展开后, 测得 $\angle 1 = \angle 2$, 且 $\angle 3 = \angle 4$
 C. 如图 3, 测得 $\angle 1 = \angle 2$
 D. 如图 4, 展开后, 再沿 CD 折叠, 两条折痕的交点为 O , 测得 $OA = OB$, $OC = OD$



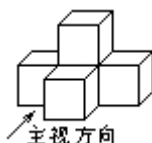
6. (2015 年浙江丽水 3 分) 由 4 个相同小立方体搭成的几何体如图所示, 则它的主视图是【 】

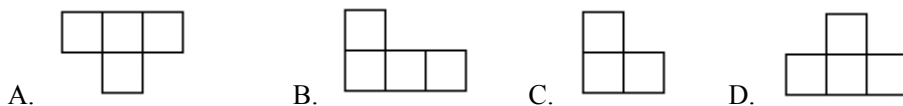


7. (2015 年浙江丽水 3 分) 如图, 在方格纸中, 线段 a , b , c , d 的端点在格点上, 通过平移其中两条线段, 使得和第三条线段首尾相接组成三角形, 则能组成三角形的不同平移方法有【 】

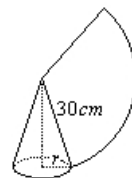


- A. 3 种 B. 6 种 C. 8 种 D. 12 种
8. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图是由五个相同的小立方块搭成的几何体, 则它的俯视图是【 】



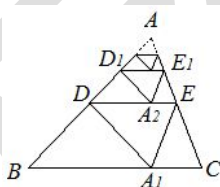


9. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 用一个半径为 30cm , 面积为 $300\pi\text{cm}^2$ 的扇形铁皮, 制作一个无底的圆锥 (不计损耗), 则圆锥的底面半径 r 为 【 】



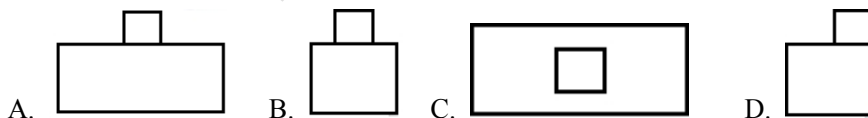
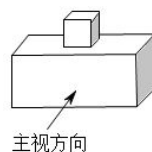
- A. 5cm B. 10cm C. 20cm D. $5\pi\text{cm}$

10. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿着过 AB 中点 D 的直线折叠, 使点 A 落在 BC 边上的 A_1 处, 称为第 1 次操作, 折痕 DE 到 BC 的距离记为 h_1 ; 还原纸片后, 再将 $\triangle ADE$ 沿着过 AD 中点 D_1 的直线折叠, 使点 A 落在 DE 边上的 A_2 处, 称为第 2 次操作, 折痕 D_1E_1 到 BC 的距离记为 h_2 ; 按上述方法不断操作下去, 经过第 2015 次操作后得到的折痕 $D_{2014}E_{2014}$ 到 BC 的距离记为 h_{2015} , 若 $h_1=1$, 则 h_{2015} 的值为 【 】

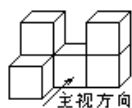


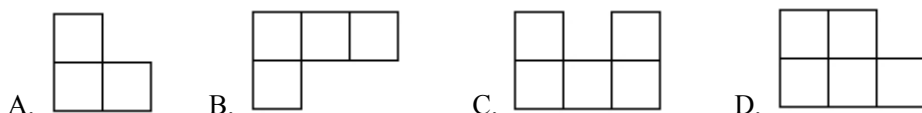
- A. $\frac{1}{2^{2015}}$ B. $\frac{1}{2^{2014}}$ C. $1 - \frac{1}{2^{2015}}$ D. $2 - \frac{1}{2^{2014}}$

11. (2015 年浙江衢州 3 分) 一个几何体零件如图所示, 则它的俯视图是 【 】

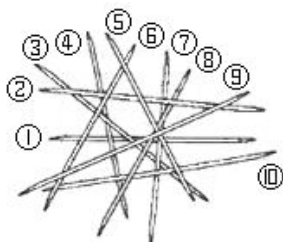


12. (2015 年浙江绍兴 4 分) 有 6 个相同的立方体搭成的几何体如图所示, 则它的主视图是 【 】

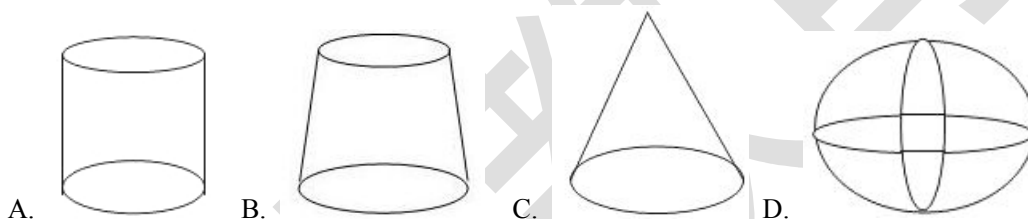




13. (2015 年浙江绍兴 4 分) 挑游戏棒是一种好玩的游戏, 游戏规则: 当一根棒条没有被其它棒条压着时, 就可以把它往上拿走. 如图中, 按照这一规则, 第 1 次应拿走⑨号棒, 第 2 次应拿走⑤号棒, ..., 则第 6 次应拿走【 】



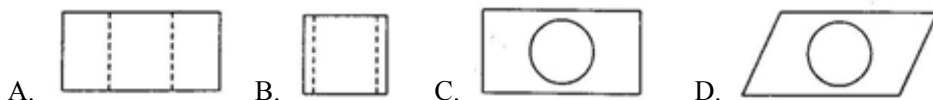
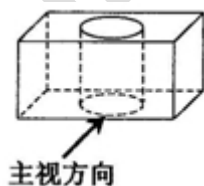
- A. ②号棒 B. ⑦号棒 C. ⑧号棒 D. ⑩号棒
14. (2015 年浙江台州 4 分) 下列四个几何体中, 左视图为圆的是【 】



15. (2015 年浙江台州 4 分) 如果将长为 6cm , 宽为 5cm 的长方形纸片折叠一次, 那么这条折痕的长不可能是【 】

- A. 8cm B. $5\sqrt{2}\text{cm}$ C. 5.5cm D. 1cm

16. (2015 年浙江温州 4 分) 将一个长方体内部挖去一个圆柱 (如图所示), 它的主视图是【 】



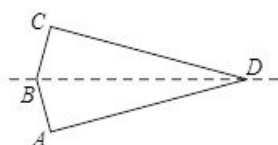
17. (2015 年浙江温州 4 分) 下列选项中的图形, 不属于中心对称图形的是【 】

- A. 等边三角形 B. 正方形 C. 正六边形 D. 圆

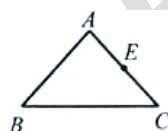


二. 填空题

1. (2015 年浙江杭州 4 分) 如图, 在四边形纸片 $ABCD$ 中, $AB=BC$, $AD=CD$, $\angle A=\angle C=90^\circ$, $\angle B=150^\circ$, 将纸片先沿直线 BD 对折, 再将对折后的图形沿从一个顶点出发的直线裁剪, 剪开后的图形打开铺平, 若铺平后的图形中有一个是面积为 2 的平行四边形, 则 $CD=$ ▲



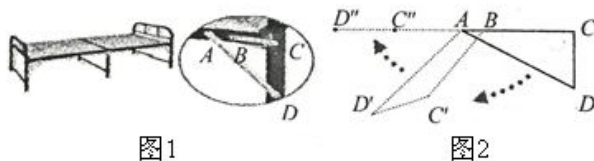
2. (2015 年浙江嘉兴 5 分) 如图, 一张三角形纸片 ABC , $AB=AC=5$. 折叠该纸片, 使点 A 落在 BC 的中点上, 折痕经过 AC 上的点 E , 则 AE 的长为 ▲



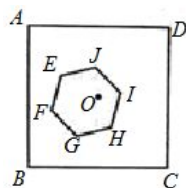
3. (2015 年浙江金华 4 分) 图 1 是一张可以折叠的小床展开后支撑起来放在地面的示意图, 此时, 点 A, B, C 在同一直线上, 且 $\angle ACD=90^\circ$. 图 2 是小床支撑脚 CD 折叠的示意图, 在折叠过程中, $\triangle ACD$ 变形为四边形 $ABC'D'$, 最后折叠形成一条线段 BD'' .

(1) 小床这样设计应用的数学原理是 ▲

(2) 若 $AB:BC=1:4$, 则 $\tan \angle CAD$ 的值是 ▲

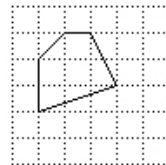


4. (2015 年浙江台州 5 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 中心为点 O , 有一边长大小不定的正六边形 $EFGHIJ$ 绕点 O 可任意旋转, 在旋转过程中, 这个正六边形始终在正方形 $ABCD$ 内 (包括正方形的边), 当这个六边形的边长最大时, AE 的最小值为 ▲



5. (2015 年浙江舟山 4 分) 一张三角形纸片 ABC , $AB=AC=5$. 折叠该纸片, 使点 A 落在 BC 的中点上, 折痕经过 AC 上的点 E , 则 AE 的长为 ▲

6. (2015 年浙江舟山 4 分) 如图, 多边形的各顶点都在方格纸的格点 (横竖格子线的交错点) 上, 这样的多边形称为格点多边形, 它的面积 S 可用公式 $S = a + \frac{1}{2}b - 1$ (a 是多边形内的格点数, b 是多边形边界上的格点数) 计



算, 这个公式称为“皮克定理”. 现有一张方格纸共有 200 个格点, 画有一个格点多边形, 它的面积 $S=40$.

(1) 这个格点多边形边界上的格点数 $b = \underline{\quad\quad\quad}$ (用含 a 的代数式表示);

(2) 设该格点多边形外的格点数为 c , 则 $c - a = \underline{\quad\quad\quad}$



三. 解答题

1. (2015 年浙江湖州 10 分) 问题背景: 已知在 $\triangle ABC$ 中, AB 边上的动点 D 由 A 向 B 运动 (与 A, B 不重合), 点 E 与点 D 同时出发, 由点 C 沿 BC 的延长线方向运动 (E 不与 C 重合), 连结 DE 交 AC 于点 F , 点 H 是线段 AF 上一点

(1) 初步尝试: 如图 1, 若 $\triangle ABC$ 是等边三角形, $DH \perp AC$, 且点 D, E 的运动速度相等,

求证: $HF = AH + CF$

小王同学发现可以由以下两种思路解决此问题:

思路一: 过点 D 作 $DG \parallel BC$, 交 AC 于点 G , 先证 $GH = AH$, 再证 $GF = CF$, 从而证得结论成立;

思路二: 过点 E 作 $EM \perp AC$, 交 AC 的延长线于点 M , 先证 $CM = AH$, 再证 $HF = MF$, 从而证得结论成立.

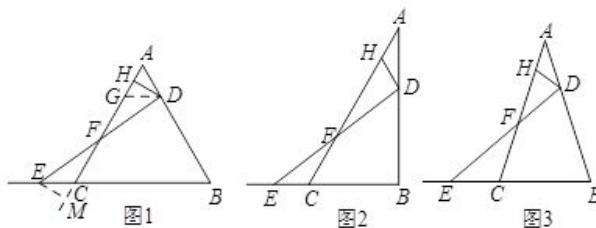
请你任选一种思路, 完整地书写本小题的证明过程 (如用两种方法作答, 则以第一种方法评分)

(2) 类比探究: 如图 2, 若在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ADH = \angle BAC = 30^\circ$, 且点 D, E 的

运动速度之比是 $\sqrt{3}:1$, 求 $\frac{AC}{HF}$ 的值;

(3) 延伸拓展: 如图 3, 若在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle ADH=\angle BAC=36^\circ$, 记 $\frac{BC}{AB}=m$, 且点

D 、 E 的运动速度相等, 试用含 m 的代数式表示 $\frac{AC}{HF}$ (直接写出结果, 不必写解答过程).



2. (2015 年浙江湖州 12 分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点, 线段 AB 的两个端点 $A(0, 2)$, $B(1, 0)$ 分别在 y 轴和 x 轴的正半轴上, 点 C 为线段 AB 的中点, 现将线段 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转

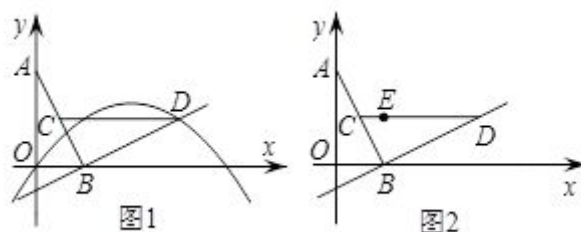
90° 得到线段 BD , 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 经过点 D .

(1) 如图 1, 若该抛物线经过原点 O , 且 $a=-\frac{1}{3}$.

①求点 D 的坐标及该抛物线的解析式;

②连结 CD , 问: 在抛物线上是否存在点 P , 使得 $\angle POB$ 与 $\angle BCD$ 互余? 若存在, 请求出所有满足条件的点 P 的坐标, 若不存在, 请说明理由;

(2) 如图 2, 若该抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 经过点 $E(1, 1)$, 点 Q 在抛物线上, 且满足 $\angle QOB$ 与 $\angle BCD$ 互余, 若符合条件的 Q 点的个数是 4 个, 请直接写出 a 的取值范围.



3. (2015 年浙江金华 10 分) 图 1, 图 2 为同一长方体房间的示意图, 图 2 为该长方体的表面展开图. (1) 蜘蛛在顶点 A' 处①苍蝇在顶点 B 处时, 试在图 1 中画出蜘蛛为捉住苍蝇, 沿墙面爬行的最近路线; ②苍蝇在顶点 C 处时, 图 2 中画出了蜘蛛捉住苍蝇的两条路线,

往天花板 $ABCD$ 爬行的最近路线 $A'GC$ 和往墙面 $BB'C'C$ 爬行的最近路线 $A'HC$ ，试通过计算判断哪条路线更近？

(2) 在图 3 中，半径为 $10dm$ 的 $\odot M$ 与 $D'C'$ 相切，圆心 M 到边 CC' 的距离为 $15dm$ ，蜘蛛 P 在线段 AB 上，苍蝇 Q 在 $\odot M$ 的圆周上，线段 PQ 为蜘蛛爬行路线。若 PQ 与 $\odot M$ 相切，试求 PQ 的长度的范围。

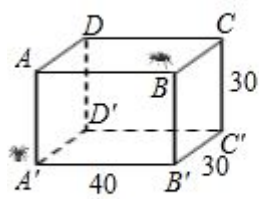


图1

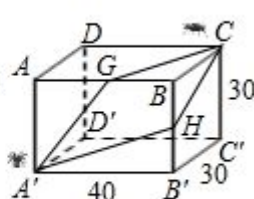


图2

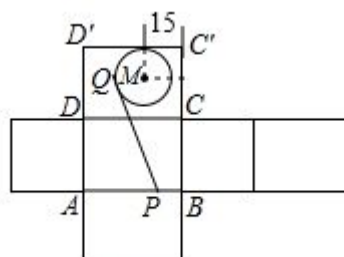


图3

4. (2015 年浙江衢州 8 分) 如图 1，将矩形 $ABCD$ 沿 DE 折叠，使顶点 A 落在 DC 上的点 A' 处，然后将矩形展平，沿 EF 折叠，使顶点 A 落在折痕 DE 上的点 G 处，再将矩形 $ABCD$ 沿 CE 折叠，此时顶点 B 恰好落在 DE 上的点 H 处，如图 2.

(1) 求证: $EG = CH$;

(2) 已知 $AF = \sqrt{2}$ ，求 AD 和 AB 的长.

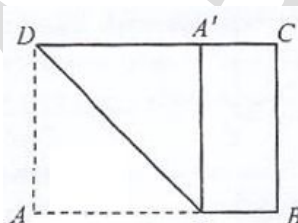


图1

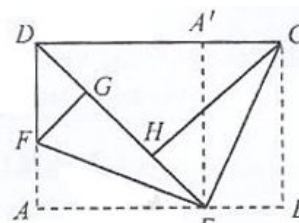


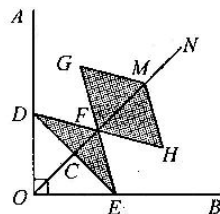
图2

专题 6: 数量和位置变化问题



一. 选择题

- (2015 年浙江金华 3 分) 点 $P(4, 3)$ 所在的象限是【 】
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- (2015 年浙江绍兴 4 分) 如果一种变换是将抛物线向右平移 2 个单位或向上平移 1 个单位, 我们把这种变换称为抛物线的简单变换. 已知抛物线经过两次简单变换后的一条抛物线是 $y = x^2 + 1$, 则原抛物线的解析式不可能的是【 】
A. $y = x^2 - 1$ B. $y = x^2 + 6x + 5$
C. $y = x^2 + 4x + 4$ D. $y = x^2 + 8x + 17$
- (2015 年浙江温州 4 分) 如图, 在 $Rt\angle AOB$ 的平分线 ON 上依次取点 C, F, M , 过点 C 作 $DE \perp OC$, 分别交 OA, OB 于点 D, E , 以 FM 为对角线作菱形 $FGMH$, 已知 $\angle DFE = \angle GFH = 120^\circ$, $FG = FE$. 设 $OC = x$, 图中阴影部分面积为 y , 则 y 与 x 之间的函数关系式是【 】

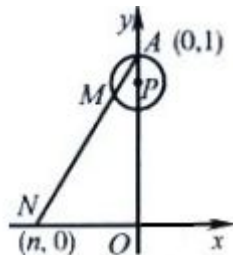


- A. $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ B. $y = \sqrt{3}x^2$ C. $y = 2\sqrt{3}x^2$ D. $y = 3\sqrt{3}x^2$



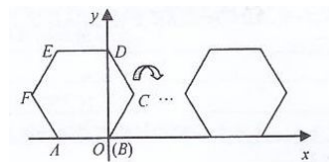
二. 填空题

- (2015 年浙江嘉兴 5 分) 如图, 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, 1)$, 点 P 在线段 OA 上, 以 AP 为半径的 $\odot P$ 周长为 1. 点 M 从 A 开始沿 $\odot P$ 按逆时针方向转动, 射线 AM 交 x 轴于点 $N(n, 0)$. 设点 M 转过的路程为 m ($0 < m < 1$).

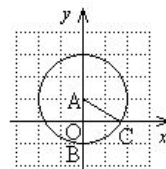


- 当 $m = \frac{1}{4}$ 时, $n = \underline{\hspace{1cm}}$;
- 随着点 M 的转动, 当 m 从 $\frac{1}{3}$ 变化到 $\frac{2}{3}$ 时, 点 N 相应移动的路径长为 $\underline{\hspace{1cm}}$

2. (2015 年浙江衢州 4 分) 已知, 正六边形 $ABCDEF$ 在直角坐标系的位置如图所示, $A(-2, 0)$, 点 B 在原点, 把正六边形 $ABCDEF$ 沿 x 轴正半轴作无滑动的连续翻转, 每次翻转 60° , 经过 2015 次翻转之后, 点 B 的坐标是 .



3. (2015 年浙江绍兴 5 分) 如图, 已知点 $A(0, 1)$, $B(0, -1)$, 以点 A 为圆心, AB 为半径作圆, 交 x 轴的正半轴于点 C , 则 $\angle BAC$ 等于 度



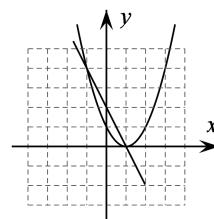
4. (2015 年浙江台州 5 分) 如图, 这是台州市地图的一部分, 分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴的正方向建立直角坐标系, 规定一个单位长度表示 1km , 甲、乙两人对着地图如下描述路桥区 A 处的位置则椒江区 B 处的坐标是

甲: 路桥区 A 处的坐标是 $(2, 0)$
乙: 路桥区 A 处在椒江区 B 处南偏西 30° 方向,
相距 16km



三. 解答题

1. (2015 年浙江杭州 10 分) 设函数 $y = (x-1)[(k-1)x + (k-3)]$ (k 是常数)
- (1) 当 k 取 1 和 2 时的函数 y_1 和 y_2 的图象如图所示, 请你在同一直角坐标系中画出当 k 取 0 时函数的图象;
- (2) 根据图象, 写出你发现的一条结论;
- (3) 将函数 y_2 的图象向左平移 4 个单位, 再向下平移 2 个单位, 得到函数 y_3 的图象, 求函数 y_3 的最小值.

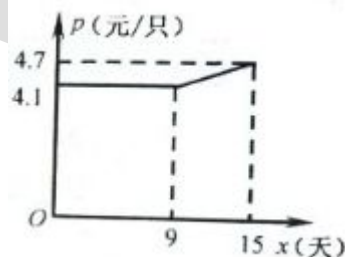


2. (2015 年浙江嘉兴 12 分) 某企业接到一批粽子生产任务, 按要求在 15 天内完成, 约定这批粽子的出厂价为每只 6 元. 为按时完成任务, 该企业招收了新工人, 设新工人李明第 x

天生产的粽子数量为 y 只, y 与 x 满足如下关系式: $y = \begin{cases} 50x & (0 \leq x \leq 5) \\ 30x + 120 & (5 < x \leq 15) \end{cases}$.

(1) 李明第几天生产的粽子数量为 420 只?

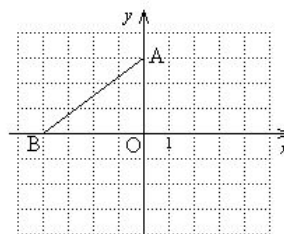
(2) 如图, 设第 x 天每只粽子的成本是 p 元, p 与 x 之间的关系可用图中的函数图象来刻画. 若李明第 x 天创造的利润为 w 元, 求 w 与 x 之间的函数表达式, 并求出第几天的利润最大? 最大值是多少元 (利润=出厂价-成本)?



3. (2015 年浙江金华 6 分) 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是 $(0, 3)$, 点 B 在 x 轴上, 将 $\triangle AOB$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle AEF$, 点 O, B 对应点分别是 E, F .

(1) 若点 B 的坐标是 $(-4, 0)$, 请在图中画出 $\triangle AEF$, 并写出点 E, F 的坐标;

(2) 当点 F 落在 x 轴上方时, 试写出一个符合条件的点 B 的坐标.



4. (2015 年浙江宁波 10 分) 已知抛物线 $y = (x - m)^2 - (x - m)$, 其中 m 是常数

(1) 求证: 不论 m 为何值, 该抛物线与 x 轴一定有两个公共点;

(2) 若该抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{5}{2}$,

①求该抛物线的函数解析式;

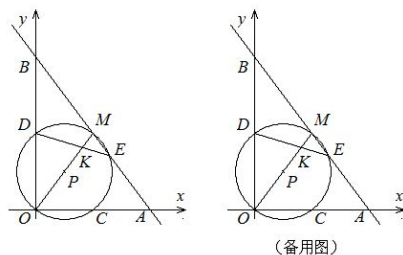
②把该抛物线沿 y 轴向上平移多少个单位长度后, 得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点?

5. (2015 年浙江宁波 14 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 M 是第一象限内一点, 过 M 的直线分别交 x 轴, y 轴的正半轴于 A, B 两点, 且 M 是 AB 的中点. 以 OM 为直径的 $\odot P$ 分别交 x 轴, y 轴于 C, D 两点, 交直线 AB 于点 E (位于点 M 右下方), 连结 DE 交 OM 于点 K .

(1) 若点 M 的坐标为 $(3, 4)$, ①求 A, B 两点的坐标; ②求 ME 的长;

(2) 若 $\frac{OK}{MK} = 3$, 求 $\angle OBA$ 的度数;

(3) 设 $\tan \angle OBA = x$ ($0 < x < 1$), $\frac{OK}{MK} = y$, 直接写出 y 关于 x 的函数解析式.



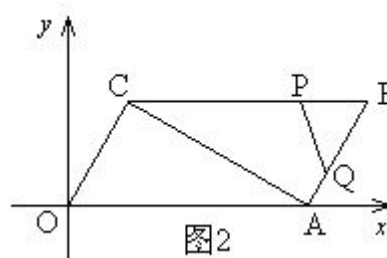
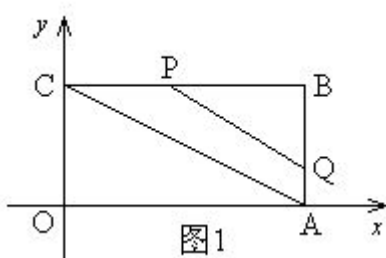
6. (2015 年浙江绍兴 14 分) 在平面直角坐标系中, O 为原点, 四边形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上, $OA=4$, $OC=2$, 点 P , 点 Q 分别是边 BC , 边 AB 上的点, 连结 AC, PQ , 点 B_1 是点 B 关于 PQ 的对称点.

(1) 若四边形 $OABC$ 为矩形, 如图 1,

①求点 B 的坐标;

②若 $BQ:BP=1:2$, 且点 B_1 落在 OA 上, 求点 B_1 的坐标;

(2) 若四边形 $OABC$ 为平行四边形, 如图 2, 且 $OC \perp AC$, 过点 B_1 作 $B_1F \parallel x$ 轴, 与对角线 AC 、边 OC 分别交于点 E 、点 F . 若 $B_1E:B_1F=1:3$, 点 B_1 的横坐标为 m , 求点 B_1 的纵坐标, 并直接写出 m 的取值范围.



7. (2015 年浙江台州 8 分) 图 1 中的摩天轮可抽象成一个圆, 圆上一点离地面的高度 y (m) 与旋转时间 x (min) 之间的关系如图 2 所示.

(1) 根据图 2 填表:

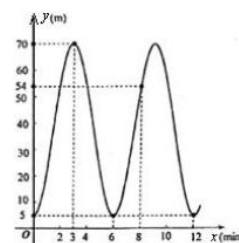
x (min)	0	3	6	8	12	...
y (m)						

(2) 变量 y 是 x 的函数吗? 为什么?

(3) 根据图中的信息, 请写出摩天轮的直径.



(图1)



(图2)

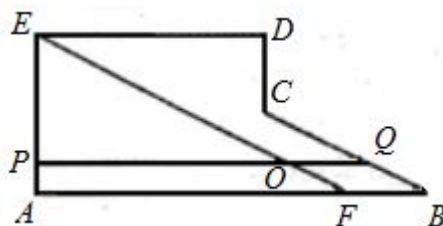
8. (2015 年浙江台州 12 分) 如图, 在多边形 $ABCDE$ 中, $\angle A = \angle AED = \angle D = 90^\circ$, $AB = 5$, $AE = 2$, $ED = 3$, 过点 E 作 $EF \parallel CB$ 交 AB 于点 F , $FB = 1$, 过 AE 上的点 P 作 $PQ \parallel AB$ 交线段 EF 于点 O , 交折线 BCD 于点 Q , 设 $AP = x$, $PO \cdot OQ = y$.

(1) ①延长 BC 交 ED 于点 M , 则 $MD = \underline{\hspace{1cm}}$, $DC = \underline{\hspace{1cm}}$

②求 y 关于 x 的函数解析式;

(2) 当 $a \leq x \leq \frac{1}{2}$ ($a > 0$) 时, $9a \leq y \leq 6b$, 求 a, b 的值;

(3) 当 $1 \leq y \leq 3$ 时, 请直接写出 x 的取值范围.



专题 7: 函数的图像、性质和应用问题

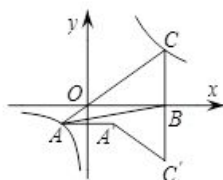


一. 选择题

1. (2015 年浙江杭州 3 分) 设二次函数 $y_1 = a(x - x_1)(x - x_2)$ ($a \neq 0, x_1 \neq x_2$) 的图象与一次函数 $y_2 = dx + e$ ($d \neq 0$) 的图象交于点 $(x_1, 0)$, 若函数 $y = y_2 + y_1$ 的图象与 x 轴仅有一个交点, 则【 】

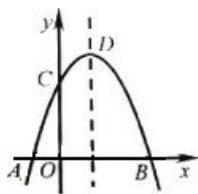
- A. $a(x_1 - x_2) = d$ B. $a(x_2 - x_1) = d$ C. $a(x_1 - x_2)^2 = d$ D. $a(x_1 + x_2)^2 = d$

2. (2015 年浙江湖州 3 分) 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 是坐标原点, 点 A 是函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x < 0$) 图象上一点, AO 的延长线交函数 $y = \frac{k^2}{x}$ ($x > 0, k$ 是不等于 0 的常数) 的图象于点 C , 点 A 关于 y 轴的对称点为 A' , 点 C 关于 x 轴的对称点为 C' , 连接 CC' , 交 x 轴于点 B , 连结 $AB, AA', A'C'$, 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 6, 则由线段 $AC, CC', C'A', A'A$ 所围成的图形的面积等于【 】



- A. 8 B. 10 C. $3\sqrt{10}$ D. $4\sqrt{6}$

3. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ 交 x 轴于点 $A(a, 0)$ 和 $B(b, 0)$, 交 y 轴于点 C , 抛物线的顶点为 D . 下列四个命题: ①当 $x > 0$ 时, $y > 0$; ②若 $a = -1$, 则 $b = 4$; ③抛物线上有两点 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$, 若 $x_1 < 1 < x_2$, 且 $x_1 + x_2 > 2$, 则 $y_1 > y_2$; ④点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 E , 点 G, F 分别在 x 轴和 y 轴上, 当 $m = 2$ 时, 四边形 $EDFG$ 周长的最小值为 $6\sqrt{2}$. 其中真命题的序号是【 】



- A. ① B. ② C. ③ D. ④

4. (2015 年浙江金华 3 分) 图 2 是图 1 中拱形大桥的示意图, 桥拱与桥面的交点为 O, B , 以点 O 为原点, 水平直线 OB 为 x 轴, 建立平面直角坐标系, 桥的拱形可以近似看成抛物线 $y = -\frac{1}{400}(x-80)^2 + 16$, 桥拱与桥墩 AC 的交点 C 恰好在水面, 有 $AC \perp x$ 轴. 若 $OA=10$ 米, 则桥面离水面的高度 AC 为【 】

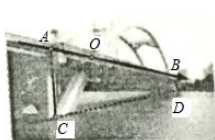


图1

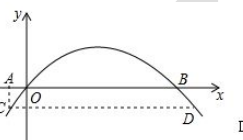


图2

- A. $16\frac{9}{40}$ 米 B. $17\frac{1}{4}$ 米 C. $16\frac{7}{40}$ 米 D. $15\frac{1}{4}$ 米

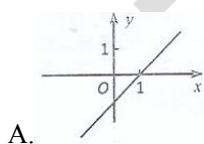
5. (2015 年浙江丽水 3 分) 平面直角坐标系中, 过点 $(-2, 3)$ 的直线 l 经过一、二、三象限, 若点 $(0, a)$, $(-1, b)$, $(c, -1)$ 都在直线 l 上, 则下列判断正确的是【 】

A. $a < b$ B. $a < 3$ C. $b < 3$ D. $c < -2$

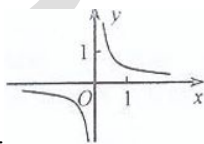
6. (2015 年浙江宁波 4 分) 二次函数 $y = a(x-4)^2 - 4 (a \neq 0)$ 的图象在 $2 < x < 3$ 这一段位于 x 轴的下方, 在 $6 < x < 7$ 这一段位于 x 轴的上方, 则 a 的值为【 】

A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

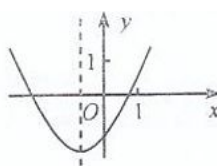
7. (2015 年浙江衢州 3 分) 下列四个函数图象中, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小的是【 】



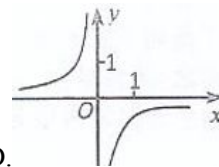
A.



B.



C.



D.

8. (2015 年浙江绍兴 4 分) 如果一种变换是将抛物线向右平移 2 个单位或向上平移 1 个单位, 我们把这种变换称为抛物线的简单变换. 已知抛物线经过两次简单变换后的一条抛物线是 $y = x^2 + 1$, 则原抛物线的解析式不可能的是【 】

- A. $y = x^2 - 1$ B. $y = x^2 + 6x + 5$

C. $y = x^2 + 4x + 4$

D. $y = x^2 + 8x + 17$

9. (2015 年浙江台州 4 分) 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(2, -1)$, 则该反比例函数的图象在【 】

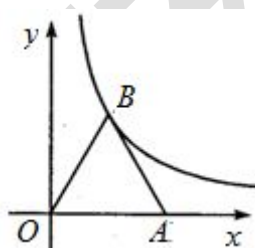
- A. 第一、二象限 B. 第一、三象限 C. 第二、三象限 D. 第二、四象限

10. (2015 年浙江台州 4 分) 设二次函数 $y = (x-3)^2 - 4$ 图象的对称轴为直线 L, 点 M 在直线 L 上, 则点 M 的坐标可能是【 】

- A. $(1, 0)$ B. $(3, 0)$ C. $(-3, 0)$ D. $(0, -4)$

11. (2015 年浙江温州 4 分) 如图, 点 A 的坐标是 $(2, 0)$, $\triangle ABO$ 是等边三角形, 点 B

在第一象限. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 B, 则 k 的值是【 】



A. 1

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{3}$

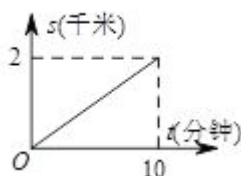


二. 填空题

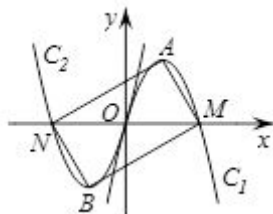
1. (2015 年浙江杭州 4 分) 函数 $y = x^2 + 2x + 1$, 当 $y=0$ 时, $x=$ ▲; 当 $1 < x < 2$ 时, y 随 x 的增大而 ▲ (填写“增大”或“减小”)

2. (2015 年浙江杭州 4 分) 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 设点 $P(1, t)$ 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上, 过点 P 作直线 l 与 x 轴平行, 点 Q 在直线 l 上, 满足 $QP=OP$, 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 Q , 则 $k =$ ▲

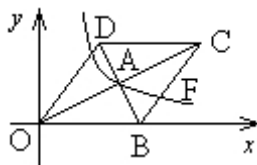
3. (2015 年浙江湖州 4 分) 放学后, 小明骑车回家, 他经过的路程 s (千米)与所用时间 t (分钟)的函数关系如图所示, 则小明的骑车速度是 ▲ 千米/分钟



4. (2015 年浙江湖州 4 分) 如图, 已知抛物线 $C_1: y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ 和 $C_2: y = a_2x^2 + b_2x + c_2$ 都经过原点, 顶点分别为 A, B , 与 x 轴的另一个交点分别为 M, N , 如果点 A 与点 B , 点 M 与点 N 都关于原点 O 成中心对称, 则抛物线 C_1 和 C_2 为姐妹抛物线, 请你写出一对姐妹抛物线 C_1 和 C_2 , 使四边形 $ANBM$ 恰好是矩形, 你所写的一对抛物线解析式是 ▲ 和 ▲



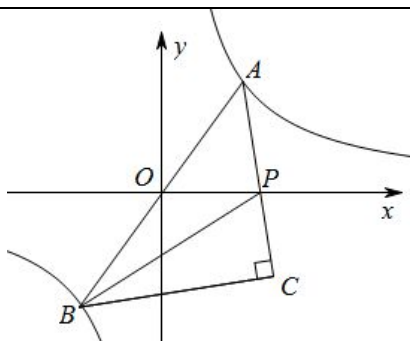
5. (2015 年浙江金华 4 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $OBCD$ 的边 OB 在 x 轴正半轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过该菱形对角线的交点 A , 且与边 BC 交于点 F . 若点 D 的坐标为 $(6, 8)$, 则点 F 的坐标是 ▲



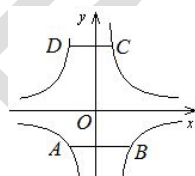
6. (2015 年浙江丽水 4 分) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1, -2\sqrt{2})$, 点 A 是该图象第一象限分支上的动点, 连结 AO 并延长交另一支于点 B , 以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC , 顶点 C 在第四象限, AC 与 x 轴交于点 P , 连结 BP .

(1) k 的值为 ▲.

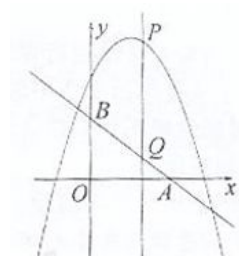
(2) 在点 A 运动过程中, 当 BP 平分 $\angle ABC$ 时, 点 C 的坐标是 ▲.



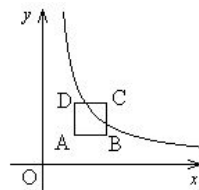
7. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 已知点 A, C 在反比例函数 $y = \frac{a}{x} (a > 0)$ 的图象上, 点 B, D 在反比例函数 $y = \frac{b}{x} (b < 0)$ 的图象上, $AB \parallel CD \parallel x$ 轴, AB, CD 在 x 轴的两侧, $AB=3$, $CD=2$, AB 与 CD 的距离为 5, 则 $a-b$ 的值是 ▲



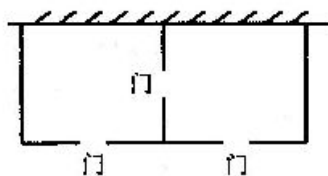
8. (2015 年浙江衢州 4 分) 如图, 已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 A, B , P 是抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 5$ 上的一个动点, 其横坐标为 a , 过点 P 且平行于 y 轴的直线交直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 于点 Q , 则当 $PQ = BQ$ 时, a 的值是 ▲ .



9. (2015 年浙江绍兴 5 分) 在平面直角坐标系的第一象限内, 边长为 1 的正方形 $ABCD$ 的边均平行于坐标轴, A 点的坐标为 (a, a) . 如图, 若曲线 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 与此正方形的边有交点, 则 a 的取值范围是 ▲

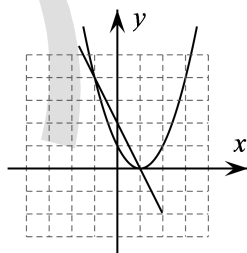


10. (2015 年浙江温州 5 分) 某农场拟建两间矩形饲养室，一面靠现有墙（墙足够长），中间用一道墙隔开，并在如图所示的三处各留 1m 宽的门. 已知计划中的材料可建墙体（不包括门）总长为 27m，则能建成的饲养室总占地面积最大为 m^2



三. 解答题

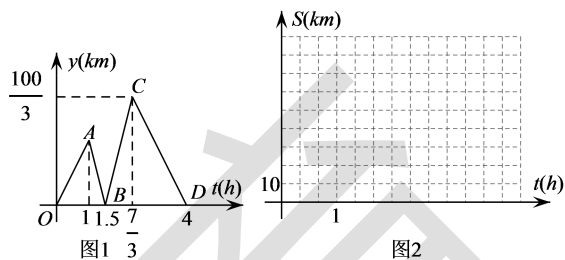
1. (2015 年浙江杭州 10 分) 设函数 $y = (x-1)[(k-1)x + (k-3)]$ (k 是常数)
- (1) 当 k 取 1 和 2 时的函数 y_1 和 y_2 的图象如图所示，请你在同一直角坐标系中画出当 k 取 0 时函数的图象；
- (2) 根据图象，写出你发现的一条结论；
- (3) 将函数 y_2 的图象向左平移 4 个单位，再向下平移 2 个单位，得到函数 y_3 的图象，求函数 y_3 的最小值.



2. (2015 年浙江杭州 12 分) 方成同学看到一则材料，甲开汽车，乙骑自行车从 M 地出发沿一条公路匀速前往 N 地，设乙行驶的时间为 $t(h)$ ，甲乙两人之间的距离为 $y(km)$ ， y 与 t 的函数关系如图 1 所示，方成思考后发现了图 1 的部分正确信息，乙先出发 1h，甲出发 0.5 小时与乙相遇，……，请你帮助方成同学解决以下问题：

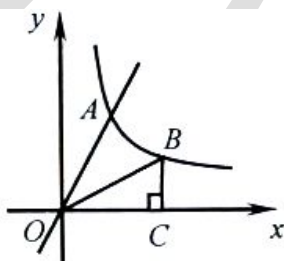
- (1) 分别求出线段 BC ， CD 所在直线的函数表达式；

- (2) 当 $20 < y < 30$ 时, 求 t 的取值范围;
- (3) 分别求出甲、乙行驶的路程 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$ 与时间 t 的函数表达式, 并在图 2 所给的直角坐标系中分别画出它们的图象;
- (4) 丙骑摩托车与乙同时出发, 从 N 地沿同一条公路匀速前往 M 地, 若丙经过 $\frac{4}{3}h$ 与乙相遇, 问丙出发后多少时间与甲相遇.



3. (2015 年浙江嘉兴 8 分) 如图, 直线 $y = 2x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$ 的图象交于点 $A(1, a)$, B 是反比例函数图象上一点 (不与点 A 重合), $BC \perp x$ 轴于点 C .

- (1) 求 k 的值;
- (2) 求 $\triangle OBC$ 的面积.



4. (2015 年浙江湖州 6 分) 已知 y 是 x 的一次函数, 当 $x=3$ 时, $y=1$; 当 $x=-2$ 时, $y=-4$, 求这个一次函数的解析式.

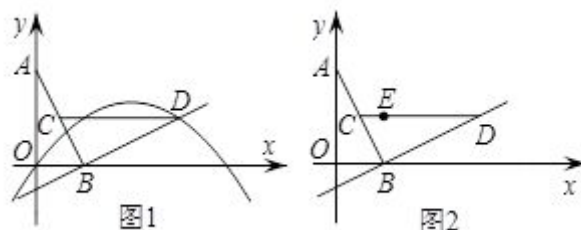
5. (2015 年浙江湖州 12 分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点, 线段 AB 的两个端点 $A(0, 2)$, $B(1, 0)$ 分别在 y 轴和 x 轴的正半轴上, 点 C 为线段 AB 的中点, 现将线段 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转 90° 得到线段 BD , 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 经过点 D .

(1) 如图 1, 若该抛物线经过原点 O , 且 $a = -\frac{1}{3}$.

①求点 D 的坐标及该抛物线的解析式;

②连结 CD , 问: 在抛物线上是否存在点 P , 使得 $\angle POB$ 与 $\angle BCD$ 互余? 若存在, 请求出所有满足条件的点 P 的坐标, 若不存在, 请说明理由;

(2) 如图 2, 若该抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 经过点 $E(1, 1)$, 点 Q 在抛物线上, 且满足 $\angle QOB$ 与 $\angle BCD$ 互余, 若符合条件的 Q 点的个数是 4 个, 请直接写出 a 的取值范围.

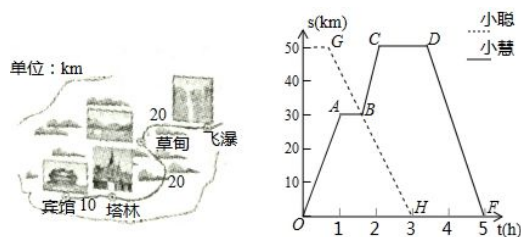


6. (2015 年浙江金华 410 分) 小慧和小聪沿图 1 中的景区公路游览, 小慧乘坐车速为 30km/h 的电动汽车, 早上 7:00 从宾馆出发, 游玩后中午 12:00 回到宾馆. 小聪骑自行车从飞瀑出发前往宾馆, 速度为 20km/h, 途中遇见小慧时, 小慧恰好游完一景点后乘车前往下一景点, 上午 10:00 小聪到达宾馆. 图 2 中的图象分别表示两人离宾馆的路程 s (km) 与时间 t (h) 的函数关系. 试结合图中信息回答:

(1) 小聪上午几点钟从飞瀑出发?

(2) 试求线段 AB , GH 的交叉点 B 的坐标, 并说明它的实际意义;

(3) 如果小聪到达宾馆后, 立即以 30km/h 的速度按原路返回, 那么返回途中他几点钟遇见小慧?



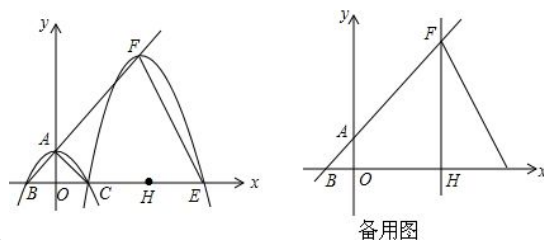
7. (2015 年浙江金华 12 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + c (a \neq 0)$ 与 y 轴交于点 A , 与 x 轴交于

点 B, C 两点 (点 C 在 x 轴正半轴上), $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且面积为 4. 现将抛物线沿 BA 方向平移, 平移后的抛物线经过点 C 时, 与 x 轴的另一交点为 E , 其顶点为 F , 对称轴与 x 轴的交点为 H .

(1) 求 a, c 的值;

(2) 连结 OF , 试判断 $\triangle OEF$ 是否为等腰三角形, 并说明理由;

(3) 现将一足够大的三角板的直角顶点 Q 放在射线 AF 或射线 HF 上, 一直角边始终过点 E , 另一直角边与 y 轴相交于点 P , 是否存在这样的点 Q , 使以点 P, Q, E 为顶点的三角形与 $\triangle POE$ 全等? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

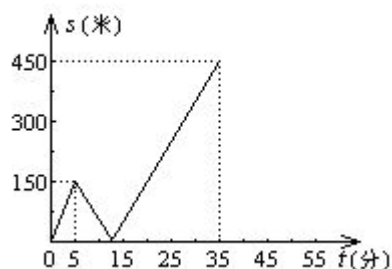


8. (2015 年浙江丽水 10 分) 甲乙两人匀速从同一地点到 1500 米处的图书馆看书, 甲出发 5 分钟后, 乙以 50 米/分的速度沿同一路线行走. 设甲乙两人相距 s (米), 甲行走的时间为 t (分), s 关于 t 的函数图像的一部分如图所示.

(1) 求甲行走的速度;

(2) 在坐标系中, 补画 s 关于 t 函数图像的其余部分;

(3) 问甲、乙两人何时相距 360 米?



9. (2015 年浙江丽水 12 分) 某乒乓球馆使用发球机进行辅助训练, 出球口在桌面中线端点 A 处的正上方, 假设每次发出的乒乓球的运动路线固定不变, 且落在中线上, 在乒乓球运行时, 设乒乓球与端点 A 的水平距离为 x (米), 与桌面的高度为 y (米), 运行时间为 t (秒), 经多次测试后, 得到如下部分数据:

t (秒)	0	0.16	0.2	0.4	0.6	0.64	0.8	...
x (米)	0	0.4	0.5	1	1.5	1.6	2	...
y (米)	0.25	0.378	0.4	0.45	0.4	0.378	0.25	...

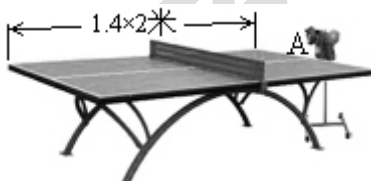
(1) 当 t 为何值时, 乒乓球达到最大高度?

(2) 乒乓球落在桌面时, 与端点 A 的水平距离是多少?

(3) 乒乓球落在桌面上弹起后, y 与 x 满足 $y = a(x-3)^2 + k$

①用含 a 的代数式表示 k ;

②球网高度为 0.14 米, 球桌长 (1.4×2) 米, 若球弹起后, 恰好有唯一的击球点, 可以将球沿直线扣杀到点 A, 求 a 的值.



10. (2015 年浙江宁波 10 分) 已知抛物线 $y = (x-m)^2 - (x-m)$, 其中 m 是常数

(1) 求证: 不论 m 为何值, 该抛物线与 x 轴一定有两个公共点;

(2) 若该抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{5}{2}$,

①求该抛物线的函数解析式;

②把该抛物线沿 y 轴向上平移多少个单位长度后, 得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点?

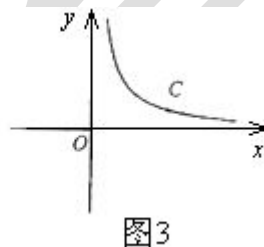
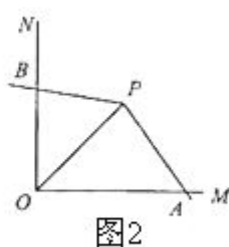
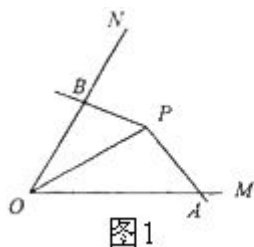
11. (2015 年浙江宁波 12 分) 如图 1, 点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点, 以 P 为顶点的角的

两边分别与射线 OM, ON 交于 A, B 两点, 如果 $\angle APB$ 绕点 P 旋转时始终满足 $OA \cdot OB = OP^2$, 我们就把 $\angle APB$ 叫做 $\angle MON$ 的智慧角.

(1) 如图 2, 已知 $\angle MON = 90^\circ$, 点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点, 以点 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM, ON 交于 A, B 两点, 且 $\angle APB = 135^\circ$. 求证: $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角;

(2) 如图 1, 已知 $\angle MON = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), $OP = 2$, 若 $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角, 连结 AB , 用含 α 的式子分别表示 $\angle APB$ 的度数和 $\triangle AOB$ 的面积;

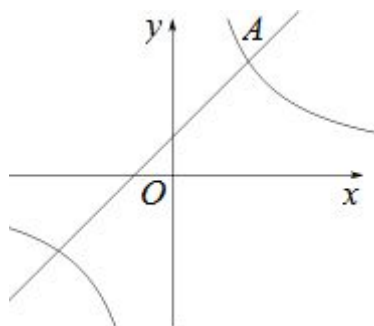
(3) 如图 3, C 是函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 图象上的一个动点, 过点 C 的直线 CD 分别交 x 轴和 y 轴于点 A, B 两点, 且满足 $BC = 2CA$, 请求出 $\angle AOB$ 的智慧角 $\angle APB$ 的顶点 P 的坐标.



12. (2015 年浙江衢州 6 分) 如图, 已知点 $A(a, 3)$ 是一次函数图象 $y_1 = x + b$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{6}{x}$ 图象的一个交点.

(1) 求一次函数的解析式;

(2) 在 y 轴的右侧, 当 $y_1 > y_2$ 时, 直接写出 x 的取值范围.



12. (2015 年浙江衢州 10 分) 小明在课外学习时遇到这样一个问题:

定义: 如果二次函数 $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ ($a_1 \neq 0$, a_1, b_1, c_1 是常数) 与

$y = a_2x^2 + b_2x + c_2$ ($a_2 \neq 0$, a_2, b_2, c_2 是常数) 满足 $a_1 + a_2 = 0$, $b_1 = b_2$, $c_1 + c_2 = 0$,

则称这两个函数互为“旋转函数”.

求 $y = -x^2 + 3x - 2$ 函数的“旋转函数”.

小明是这样思考的: 由 $y = -x^2 + 3x - 2$ 函数可知 $a_1 = -1$, $b_1 = 3$, $c_1 = -2$, 根据 $a_1 + a_2 = 0$, $b_1 = b_2$, $c_1 + c_2 = 0$ 求出 a_2, b_2, c_2 , 就能确定这个函数的“旋转函数”.

请参考小明的方法解决下面的问题:

(1) 写出函数 $y = -x^2 + 3x - 2$ 的“旋转函数”;

(2) 若函数 $y = -x^2 + \frac{4}{3}mx - 2$ 与 $y = x^2 - 2nx + n$ 互为“旋转函数”, 求 $(m+n)^{2015}$ 的值;

(3) 已知函数 $y = -\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 A, B, C 关于原点的对称点分别是 A_1, B_1, C_1 , 试证明经过点 A_1, B_1, C_1 的二次函数与函数 $y = -\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$ 互为“旋转函数”.

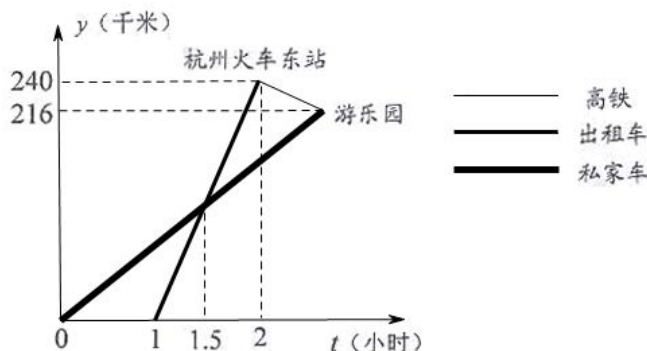
13. (2015 年浙江衢州 10 分) 高铁的开通, 给衢州市民出行带来了极大的方便. 五一期间, 乐乐和颖颖相约到杭州市的某游乐园游玩, 乐乐乘私家车从衢州出发 1 小时后, 颖颖乘高铁从衢州出发, 先到杭州火车东站, 然后乘出租车去游乐园 (换车时间忽略不计), 两人恰好同时到达游乐园. 他们离开衢州的距离 y (千米) 与乘车时间 t (小时) 的关系如下图所示.

请结合图象解决下面问题:

(1) 高铁的平均速度是每小时多少千米?

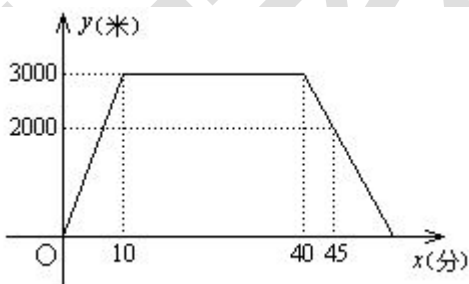
(2) 当颖颖到达杭州火车东站时, 乐乐距离游乐园还有多少千米?

(3) 若乐乐要提前 18 分钟到达游乐园, 问私家车的速度必须达到多少千米/小时?



14. (2015 年浙江绍兴 8 分) 小敏上午 8:00 从家里出发, 骑车去一家超市购物, 然后从这家超市返回家中. 小敏离家的路程 y (米) 和所经过的时间 x (分) 之间的函数图象如图所示. 请根据图象回答下列问题:

- (1) 小敏去超市途中的速度是多少? 在超市逗留了多少时间?
- (2) 小敏几点几分返回到家?



15. (2015 年浙江绍兴 10 分) 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过定点 $M(1, 1)$, 则称此抛物线为定点抛物线.

- (1) 张老师在投影屏幕上出示了一个题目: 请你写出一条定点抛物线的一个解析式. 小敏写出了答案: $y = 2x^2 + 3x - 4$, 请你写出一个不同于小敏的答案;
- (2) 张老师又在投影屏幕上出示了一个思考题: 已知定点抛物线 $y = -x^2 + 2bx + c + 1$, 求该抛物线顶点纵坐标的值最小时的解析式, 请你解答.

16. (2015 年浙江温州 10 分) 某农业观光园计划将一块面积为 900m^2 的园圃分成 A, B, C 三个区域, 分别种植甲、乙、丙三种花卉, 且每平方米栽种甲 3 株或乙 6 株或丙 12 株. 已知 B 区域面积是 A 的 2 倍, 设 A 区域面积为 $x(\text{m}^2)$.

(1) 求该园圃栽种的花卉总株数 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 若三种花卉共栽种 6600 株, 则 A, B, C 三个区域的面积分别是多少?

(3) 已知三种花卉的单价 (都是整数) 之和为 45 元, 且差价均不超过 10 元, 在 (2) 的前提下, 全部栽种共需 84000 元, 请写出甲、乙、丙三种花卉中, 种植面积最大的花卉总价.

17. (2015 年浙江温州 12 分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 6x$ 交 x 轴正半轴于点 A, 顶点为 M, 对称轴 NB 交 x 轴于点 B, 过点 C (2, 0) 作射线 CD 交 MB 于点 D (D 在 x 轴上方), OE \parallel CD 交 MB 于点 E, EF \parallel x 轴交 CD 于点 F, 作直线 MF.

(1) 求点 A, M 的坐标;

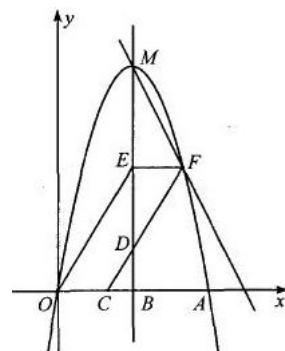
(2) 当 BD 为何值时, 点 F 恰好落在该抛物线上?

(3) 当 $BD=1$ 时,

①求直线 MF 的解析式, 并判断点 A 是否落在该直线上;

②延长 OE 交 FM 于点 G, 取 CF 中点 P, 连结 PG, $\triangle FPG$, 四边形 DEGP, 四边形 OCDE

的面积分别记为 S_1, S_2, S_3 , 则 $S_1:S_2:S_3=$ ▲

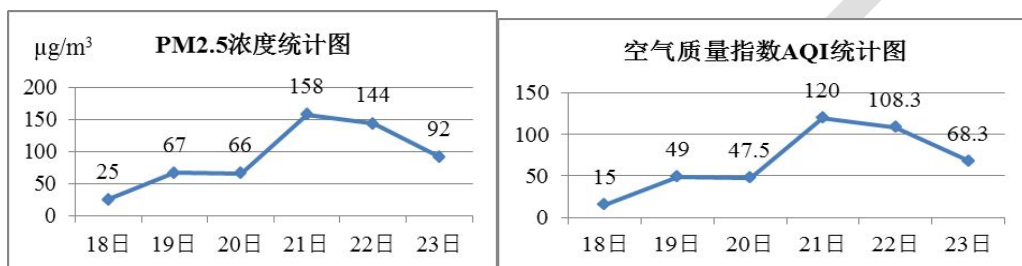


专题 8：统计与概率问题

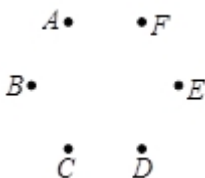


一. 选择题

1. (2015 年浙江杭州 3 分) 如图是某地 2 月 18 日到 23 日 $PM_{2.5}$ 浓度和空气质量指数 AQI 的统计图(当 AQI 不大于 100 时称空气质量为“优良”), 由图可得下列说法: ①18 日的 $PM_{2.5}$ 浓度最低; ②这六天中 $PM_{2.5}$ 浓度的中位数是 $112\mu g/cm^2$; ③这六天中有 4 天空气质量为“优良”; ④空气质量指数 AQI 与 $PM_{2.5}$ 浓度有关, 其中正确的说法是【 】



- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③④
2. (2015 年浙江杭州 3 分) 如图, 已知点 A, B, C, D, E, F 是边长为 1 的正六边形的顶点, 连接任意两点均可得到一条线段, 在连接两点所得的所有线段中任取一条线段, 取到长度为 $\sqrt{3}$ 的线段的概率为【 】



- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{9}$
3. (2015 年浙江湖州 3 分) 已知一组数据的方差是 3, 则这组数据的标准差是【 】
- A. 9 B. 3 C. $\frac{3}{2}$ D. $\sqrt{3}$

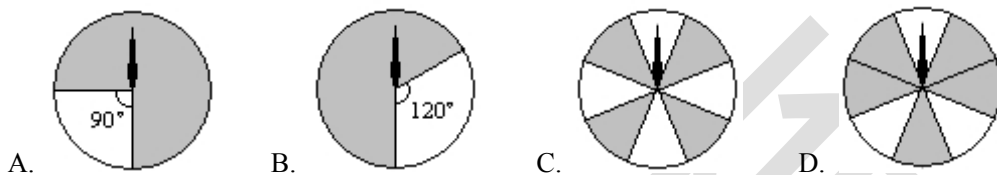
4. (2015 年浙江湖州 3 分) 一个布袋内只装有 1 个黑球和 2 个白球, 这些球除颜色外其余都相同, 随机摸出一个球后放回搅匀, 再随机摸出一个球, 则两次摸出的球都是黑球的概率是【 】

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$

5. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 质检部门为了检测某品牌电器的质量, 从同一批次共 10 000 件产品中随机抽取 100 件进行检测, 检测出次品 5 件, 由此估计这一批次产品中的次品件数是【 】

- A. 5 B. 100 C. 500 D. 10 000

6. (2015 年浙江金华 3 分) 如图的四个转盘中, C, D 转盘分成 8 等分, 若让转盘自由转动一次, 停止后, 指针落在阴影区域内的概率最大的转盘是【 】



7. (2015 年浙江丽水 3 分) 某小组 7 位同学的中考体育测试成绩 (满分 30 分) 依次为 27, 30, 29, 27, 30, 28, 30, 则这组数据的众数与中位数分别是【 】

- A. 30, 27 B. 30, 29 C. 29, 30 D. 30, 28

8. (2015 年浙江宁波 4 分) 在端午节到来之前, 学校食堂推荐了 A, B, C 三家粽子专卖店, 对全校师生爱吃哪家店的粽子作调查, 以决定最终向哪家店采购. 下面的统计量中, 最值得关注的是【 】

- A. 方差 B. 平均数 C. 中位数 D. 众数

9. (2015 年浙江衢州 3 分) 某班七个兴趣小组人数分别为 4, 4, 5, x , 6, 6, 7. 已知这组数据的平均数是 5, 则这组数据的中位数【 】

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

10. (2015 年浙江绍兴 4 分) 在一个不透明的袋子中装有除颜色外其它均相同的 3 个红球和 2 个白球, 从中任意摸出一个球, 则摸出白球的概率是【 】

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{5}$

11. (2015 年浙江台州 4 分) 在下列调查中, 适宜采用全面调查的是【 】

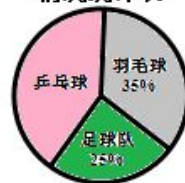
- A. 了解我省中学生视力情况 B. 了解九 (1) 班学生校服的尺码情况
C. 检测一批电灯泡的使用寿命 D. 调查台州《600 全民新闻》栏目的收视率

12. (2015 年浙江台州 4 分) 若一组数据 3, x , 4, 5, 6 的众数是 6, 则这组数据的中位数为【 】

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

13. (2015 年浙江温州 4 分) 某校学生参加体育兴趣小组情况的统计图如图所示. 若参加人数最少的小组有 25 人, 则参加人数最多的小组有【 】

某校学生参加体育兴趣小组情况统计表



- A. 25 人 B. 35 人 C. 40 人 D. 100 人



二. 填空题

1. (2015 年浙江杭州 4 分) 数据 1, 2, 3, 5, 5 的众数是 ▲, 平均数是 ▲
2. (2015 年浙江湖州 4 分) 在“争创美丽校园, 争做文明学生”示范校评比活动中, 10 位评委给某校的评分情况如下表所示:

评分(分)	80	85	90	95
评委人数	1	2	5	2

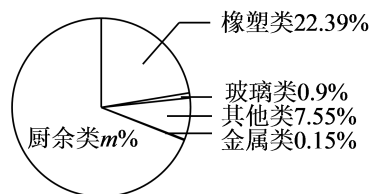
则这 10 位评委评分的平均数是 ▲ 分

3. (2015 年浙江嘉兴 5 分) 把一枚均匀的硬币连续抛掷两次, 两次正面朝上的概率是 ▲
4. (2015 年浙江金华 4 分) 数据 6, 5, 7, 7, 9 的众数是 ▲
5. (2015 年浙江丽水 4 分) 有 6 张卡片, 每张卡片上分别写有不同的从 1 到 6 的一个自然数, 从中任意抽出一张卡片, 卡片上的数是 3 的倍数的概率是 ▲.
6. (2015 年浙江衢州 4 分) 从小明、小聪、小慧和小颖四人中随机选取 1 人参加学校组织的敬老活动, 则小明被选中的概率是 ▲.
7. (2015 年浙江台州 5 分) 有四张质地、大小、反面完全相同的不透明卡片, 正面分别写着数字 1, 2, 3, 4, 现把它们正面向下, 随机摆放在桌面上, 从中任意抽出一张, 则抽出的数字是奇数的概率是 ▲.
8. (2015 年浙江温州 5 分) 一个不透明的袋子中只装有 1 个红球和 2 个蓝球, 它们除颜色外其余都相同. 现随机从袋中摸出两个球, 颜色是一红一蓝的概率是 ▲.



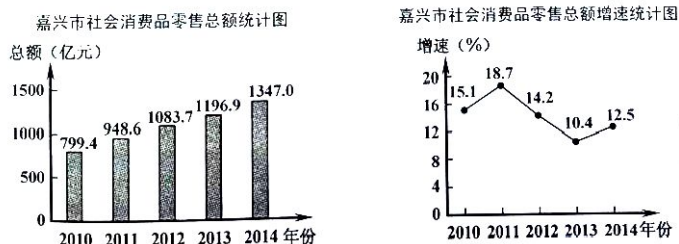
三. 解答题

1. (2015 年浙江杭州 6 分) 杭州市推行垃圾分类已经多年, 但在厨余垃圾中除了厨余类垃圾还混杂着非厨余类垃圾, 如图是杭州市某一天收到的厨余垃圾的统计图.



- (1) 试求出 m 的值; (2) 杭州市那天共收到厨余垃圾约 200 吨, 请计算其中混杂着的玻璃类垃圾的吨数.

2. (2015 年浙江嘉兴 10 分) 嘉兴市 2010~2014 年社会消费品零售总额及增速统计图如下:



请根据图中信息, 解答下列问题:

- (1) 求嘉兴市 2010~2014 年社会消费品零售总额增速这组数据的中位数.
- (2) 求嘉兴市近三年 (2012~2014 年) 的社会消费品零售总额这组数据的平均数.
- (3) 用适当的方法预测嘉兴市 2015 年社会消费品零售总额 (只要求列出算式, 不必计算出结果).

3. (2015 年浙江湖州 8 分) 为了深化课程改革, 某校积极开展校本课程建设, 计划成立“文学鉴赏”、“科学实验”、“音乐舞蹈”和“手工编织”等多个社团, 要求每位学生都自主选择其中一个社团, 为此, 随机调查了本校各年级部分学生选择社团的意向, 并将调查结果绘制成如下统计图表(不完整):

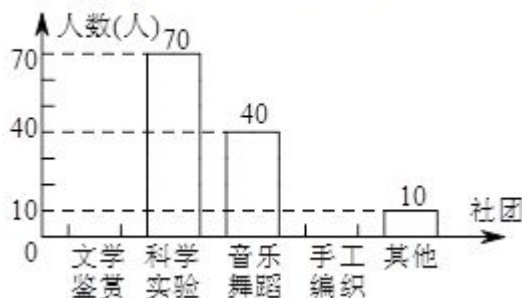
某校被调查学生选择社团意向统计表

选择意向	文学鉴赏	科学实验	音乐舞蹈	手工编织	其他
所占百分比	a	35%	b	10%	c

根据统计图表中的信息, 解答下列问题:

- (1) 求本次调查的学生总人数及 a , b , c 的值;
- (2) 将条形统计图补充完整(温馨提示: 请画在答题卷相对应的图上);
- (3) 若该校共有 1200 名学生, 试估计全校选择“科学实验”社团的学生人数.

某校被调查学生选择社团意向条形统计图

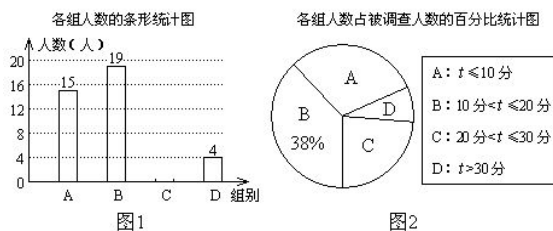


4. (2015 年浙江金华 8 分) 小明随机调查了若干市民租用公共自行车的骑车时间 t (单位: 分), 将获得的数据分成四组, 绘制了如下统计图. 请根据图中信息, 解答下列问题:

(1) 这次被调查的总人数是多少?

(2) 试求表示 A 组的扇形圆心角的度数, 并补全条形统计图;

(3) 如果骑自行车的平均速度为 12km/h , 请估算, 在租用公共自行车的市民中, 骑车路程不超过 6km 的人数所占的百分比.

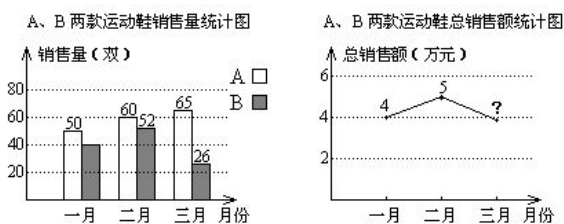


5. (2015 年浙江丽水 8 分) 某运动品牌对第一季度 A、B 两款运动鞋的销售情况进行统计, 两款运动鞋的销售量及总销售额如图所示:

(1) 一月份 B 款运动鞋的销售量是 A 款的 $\frac{4}{5}$, 则一月份 B 款运动鞋销售了多少双?

(2) 第一季度这两款运动鞋的销售单价保持不变, 求三月份的总销售额 (销售额 = 销售单价 \times 销售量);

(3) 结合第一季度的销售情况, 请你对这两款运动鞋的进货、销售等方面提出一条建议.



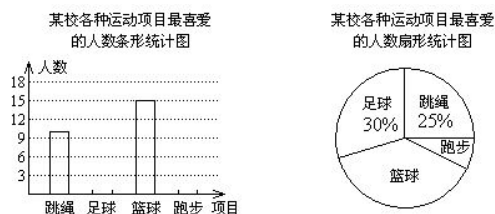
6. (2015 年浙江宁波 8 分) 一个不透明的布袋里装有 2 个白球, 1 个黑球和若干个红球, 它们除颜色外其余都相同, 从中任意摸出 1 个球, 是白球的概率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 布袋里红球有多少个?

(2) 先从布袋中摸出 1 个球后不放回, 再摸出 1 个球, 请用列表或画树状图等方法求出两次摸到的球都是白球的概率.

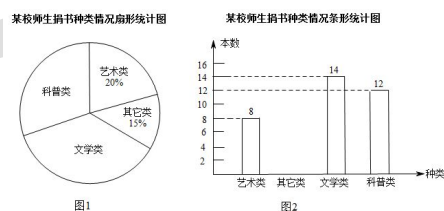
7. (2015 年浙江宁波 8 分) 某校积极开展“阳光体育”活动, 共开设了跳绳、足球、篮球、跑步四种运动项目. 为了解学生最喜爱哪一种项目, 随机抽取了部分学生进行调查, 并绘制了如下的条形统计图和扇形统计图 (部分信息未给出)

- (1) 求本次被调查的学生人数;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 该校共有 1200 名学生, 请估计全校最喜爱篮球的人数比最喜爱足球的人数多多少?



8. (2015 年浙江衢州 8 分) 某校在开展读书交流活动中, 全体师生积极捐书, 为了解所捐书籍的种类, 对部分书籍进行了抽样调查, 李老师根据调查数据绘制了如下不完整的统计图. 请你根据统计回答下面问题:

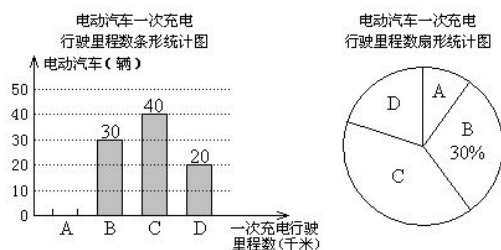
- (1) 本次抽样调查的书籍有多少本? 请补全条形统计图;
- (2) 求出图 1 中表示文学类书籍的扇形圆心角度数;
- (3) 本次活动师生共捐书 1200 本, 请估计有多少本科普类图书?



9. (2015 年浙江绍兴 8 分) 为了解某种电动汽车的性能, 对这种电动汽车进行了抽检, 将一次充电后行驶的里程数分为 A, B, C, D 四个等级, 其中相应等级的里程依次为 200 千米, 210 千米, 220 千米, 230 千米, 获得如下不完整的统计图.

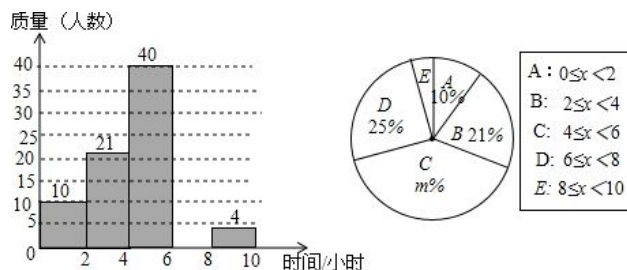
根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 问这次被抽检的电动汽车共有几辆? 并补全条形统计图;



- (2) 估计这种电动汽车一次充电后行驶的平均里程数为多少千米?

10. (2015 年浙江台州 10 分) 某校想了解学生每周的课外阅读时间情况, 随机调查了部分学生, 对学生每周的课外阅读时间 x (单位: 小时) 进行分组整理, 并绘制了如图所示的不完整的频数分布直方图和扇形统计图:



根据图中提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 补全频数分布直方图;
- (2) 求扇形统计图中 m 的值和 E 组对应的圆心角度数;
- (3) 请估计该校 3000 名学生中每周的课外阅读时间不小于 6 小时的人数.

11. (2015 年浙江温州 8 分) 某公司需招聘一名员工, 对应聘者甲、乙、丙从笔试、面试、体能三个方面进行量化考核. 甲、乙、丙各项得分如下表:

	笔试	面试	体能
甲	83	79	90
乙	85	80	75
丙	80	90	73

- (1) 根据三项得分的平均分, 从高到低确定三名应聘者的排名顺序;
- (2) 该公司规定: 笔试、面试、体能分分别不得低于 80 分、80 分、70 分, 并按 60%, 30%, 10% 的比例计入总分. 根据规定, 请你说明谁将被录用.

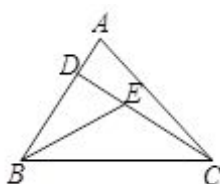
专题 9：平面几何基础



一. 选择题

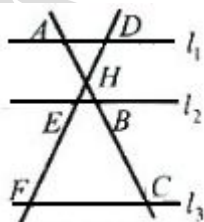
1. (2015 年浙江湖州 3 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, CD 是 AB 边上的高线, BE 平分 $\angle ABC$,

交 CD 于点 E , $BC=5$, $DE=2$, 则 $\triangle BCE$ 的面积等于【 】



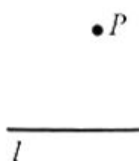
- A. 10 B. 7 C. 5 D. 4

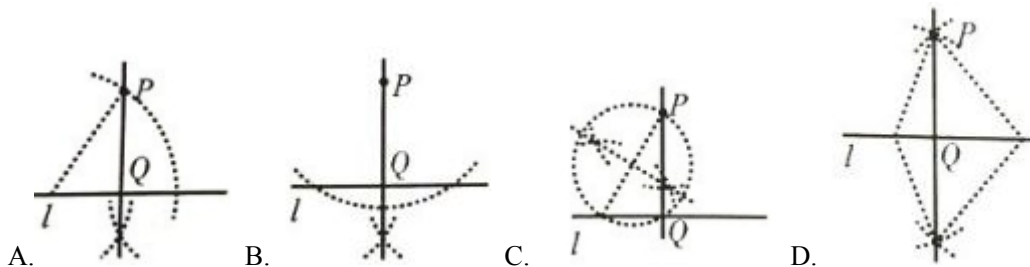
2. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 直线 AC 分别交 l_1 , l_2 , l_3 于点 A , B , C ; 直线 DF 分别交 l_1 , l_2 , l_3 于点 D , E , F . AC 与 DF 相交于点 G , 且 $AG=2$, $GB=1$, $BC=5$, 则 $\frac{DE}{EF}$ 的值为【 】



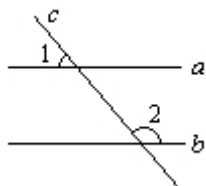
- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

3. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 数学活动课上, 四位同学围绕作图问题: “如图, 已知直线 l 和 l 外一点 P , 用直尺和圆规作直线 PQ , 使 $PQ \perp l$ 于点 Q ”. 分别作出了下列四个图形. 其中作法错误的是【 】

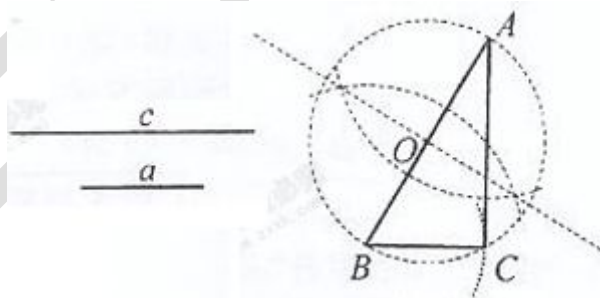




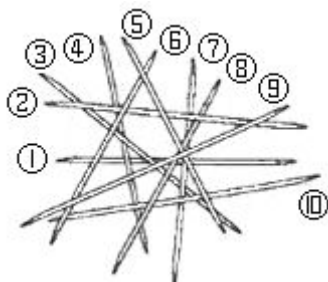
4. (2015 年浙江金华 3 分) 已知 $\angle \alpha = 35^\circ$, 则 $\angle \alpha$ 的补角的度数是【 】
 A. 55° B. 65° C. 145° D. 165°
5. (2015 年浙江丽水 3 分) 一个多边形的每个内角均为 120° , 则这个多边形是【 】
 A. 四边形 B. 五边形 C. 六边形 D. 七边形
6. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 直线 $a \parallel b$, 直线 c 分别与 a, b 相交, $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为【 】



- A. 150° B. 130° C. 100° D. 50°
7. (2015 年浙江衢州 3 分) 数学课上, 老师让学生尺规作图画 $Rt\triangle ABC$, 使其斜边 $AB = c$, 一条直角边 $BC = a$. 小明的作法如图所示, 你认为这种作法中判断 $\angle ACB$ 是直角的依据是【 】



- A. 勾股定理 B. 直径所对的圆周角是直角
 C. 勾股定理的逆定理 D. 90° 的圆周角所对的弦是直径
8. (2015 年浙江绍兴 4 分) 挑游戏棒是一种好玩的游戏, 游戏规则: 当一根棒条没有被其它棒条压着时, 就可以把它往上拿走. 如图中, 按照这一规则, 第 1 次应拿走⑨号棒, 第 2 次应拿走⑤号棒, ..., 则第 6 次应拿走【 】

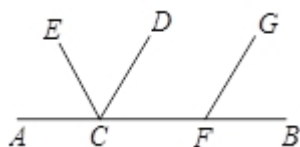


- A. ②号棒 B. ⑦号棒 C. ⑧号棒 D. ⑩号棒



二. 填空题

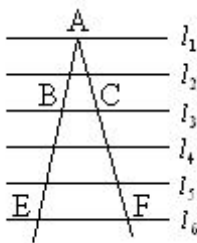
1. (2015 年浙江杭州 4 分) 如图, 点 A, C, F, B 在同一直线上, CD 平分 $\angle ECB$, $FG \parallel CD$, 若 $\angle ECA$ 为 α 度, 则 $\angle GFB$ 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度 (用关于 α 的代数式表示)



2. (2015 年浙江嘉兴 5 分) 下图是百度地图的一部分 (比例尺 1:4 000 000). 按图可估测杭州在嘉兴的南偏西 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度方向上, 到嘉兴的实际距离约为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

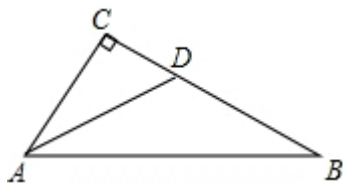


3. (2015 年浙江金华 4 分) 如图, 直线 l_1, l_2, \dots, l_6 是一组等距离的平行线, 过直线 l_1 上的点 A 作两条射线, 分别与直线 l_3, l_6 相交于点 B, E, C, F . 若 $BC=2$, 则 EF 的长是 $\underline{\hspace{2cm}}$



4. (2015 年浙江台州 5 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DC=3$,

则点 D 到 AB 的距离是 ▲



三. 解答题

1. (2015 年浙江杭州 10 分) “综合与实践”学习活动准备制作一组三角形, 记这些三角形的三边分别为 a, b, c , 并且这些三角形三边的长度为大于 1 且小于 5 的整数个单位长度

(1) 用记号 $(a, b, c) (a \leq b \leq c)$ 表示一个满足条件的三角形, 如 $(2, 3, 3)$ 表示边长分别为 2, 3, 3 个单位长度的一个三角形, 请列举出所有满足条件的三角形;

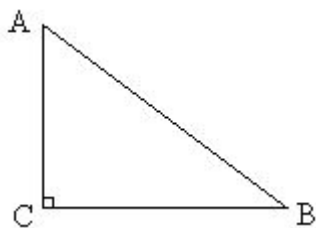
(2) 用直尺和圆规作出三边满足 $a < b < c$ 的三角形(用给定的单位长度, 不写作法, 保留作图痕迹).

┌
└
单位长度

2. (2015 年浙江丽水 6 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$, $\angle C = \text{Rt}\angle$, $AC < BC$, D 为 BC 上一点, 且到 A, B 两点的距离相等.

(1) 用直尺和圆规, 作出点 D 的位置 (不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 连结 AD , 若 $\angle B = 37^\circ$, 求 $\angle CAD$ 的度数.



3. (2015 年浙江台州 14 分) 定义: 如图 1, 点 M, N 把线段 AB 分割成 AM, MN 和 BN , 若以 AM, MN, BN 为边的三角形是一个直角三角形, 则称点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点.

(1) 已知点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点, 若 $AM=2, MN=3$, 求 BN 的长;

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, FG 是中位线, 点 D, E 是线段 BC 的勾股分割点, 且 $EC > DE \geq BD$,

连接 AD, AE 分别交 FG 于点 M, N , 求证: 点 M, N 是线段 FG 的勾股分割点;

(3) 已知点 C 是线段 AB 上的一点, 其位置如图 3 所示, 请在 BC 上画一点 D , 使 C, D 是线段 AB 的勾股分割点 (要求尺规作图, 保留作图痕迹, 画出一种情形即可);

(4) 如图 4, 已知点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点, $MN > AM \geq BN$, $\triangle AMC, \triangle MND$ 和 $\triangle NBM$

均是等边三角形, AE 分别交 CM, DM, DN 于点 F, G, H , 若 H 是 DN 的中点, 试探究 $S_{\triangle AMF}$,

$S_{\triangle BEN}$ 和 $S_{\text{四边形} MNHG}$ 的数量关系, 并说明理由.

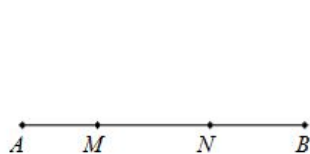


图1

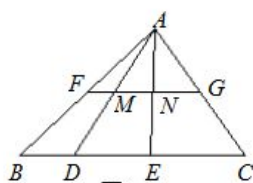


图2



图3

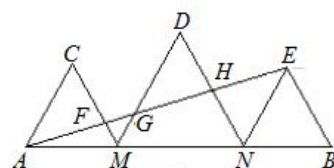


图4

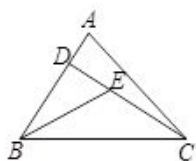
专题 10：三角形问题



一. 选择题

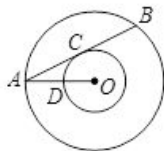
1. (2015 年浙江湖州 3 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, CD 是 AB 边上的高线, BE 平分 $\angle ABC$,

交 CD 于点 E , $BC=5$, $DE=2$, 则 $\triangle BCE$ 的面积等于【 】



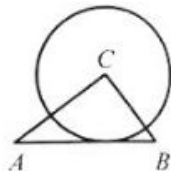
- A. 10 B. 7 C. 5 D. 4

2. (2015 年浙江湖州 3 分) 如图, 以点 O 为圆心的两个圆中, 大圆的弦 AB 切小圆于点 C , OA 交小圆于点 D , 若 $OD=2$, $\tan \angle OAB = \frac{1}{2}$, 则 AB 的长是【 】

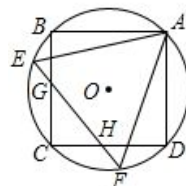


- A. 4 B. $2\sqrt{3}$ C. 8 D. $4\sqrt{3}$

3. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $BC=3$, $AC=4$, 以点 C 为圆心的圆与 AB 相切, 则 $\odot O$ 的半径为【 】



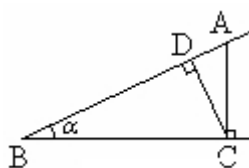
- A. 2.3 B. 2.4 C. 2.5 D. 2.6



4. (2015 年浙江金华 3 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 和正三角形 AEF 都内接于 $\odot O$, EF 与 BC , CD 分别相交于点 G , H , 则 $\frac{EF}{GH}$ 的值是【 】

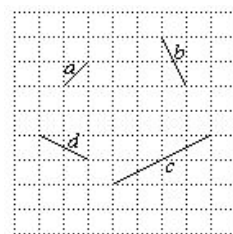
- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

5. (2015年浙江丽水 3分) 如图, 点 A 为 $\angle \alpha$ 边上任意一点, 作 $AC \perp BC$ 于点 C, $CD \perp AB$ 于点 D, 下列用线段比表示 $\cos \alpha$ 的值, 错误的是【 】



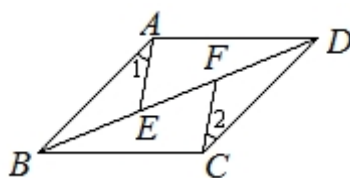
- A. $\frac{BD}{BC}$ B. $\frac{BC}{AB}$ C. $\frac{AD}{AC}$ D. $\frac{CD}{AC}$

6. (2015年浙江丽水 3分) 如图, 在方格纸中, 线段 a, b, c, d 的端点在格点上, 通过平移其中两条线段, 使得和第三条线段首尾相接组成三角形, 则能组成三角形的不同平移方法有【 】



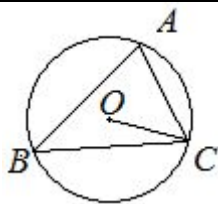
- A. 3 种 B. 6 种 C. 8 种 D. 12 种

7. (2015年浙江宁波 4分) 如图, $\square ABCD$ 中, E, F 是对角线 BD 上的两点, 如果添加一个条件, 使 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 则添加的条件不能为【 】



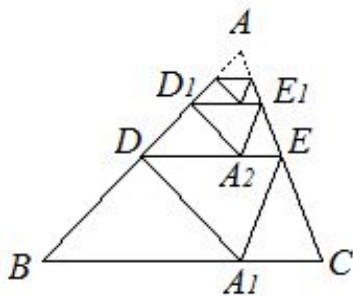
- A. $BE=DF$ B. $BF=DE$ C. $AE=CF$ D. $\angle 1=\angle 2$

8. (2015年浙江宁波 4分) 如图, $\odot O$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle A=72^\circ$, 则 $\angle BCO$ 的度数为【 】



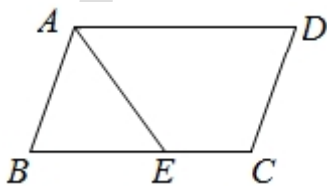
- A. 15° B. 18° C. 20° D. 28°

9. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿着过 AB 中点 D 的直线折叠, 使点 A 落在 BC 边上的 A_1 处, 称为第 1 次操作, 折痕 DE 到 BC 的距离记为 h_1 ; 还原纸片后, 再将 $\triangle ADE$ 沿着过 AD 中点 D_1 的直线折叠, 使点 A 落在 DE 边上的 A_2 处, 称为第 2 次操作, 折痕 D_1E_1 到 BC 的距离记为 h_2 ; 按上述方法不断操作下去, 经过第 2015 次操作后得到的折痕 $D_{2014}E_{2014}$ 到 BC 的距离记为 h_{2015} , 若 $h_1=1$, 则 h_{2015} 的值为【 】



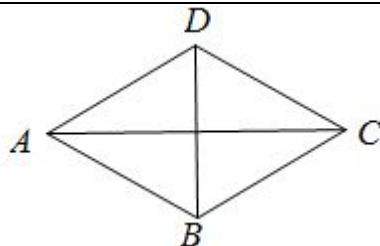
- A. $\frac{1}{2^{2015}}$ B. $\frac{1}{2^{2014}}$ C. $1 - \frac{1}{2^{2015}}$ D. $2 - \frac{1}{2^{2014}}$

10. (2015 年浙江衢州 3 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 已知 $AD = 12\text{cm}$, $AB = 8\text{cm}$, AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E , 则 CE 的长等于【 】



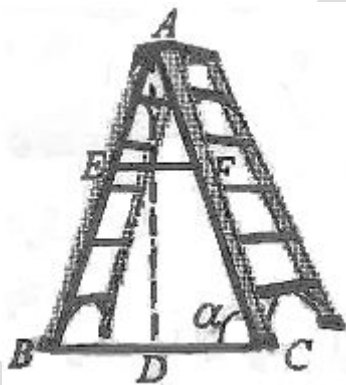
- A. 8cm B. 6cm C. 4cm D. 2cm

11. (2015年浙江衢州3分)如图,已知某广场菱形花坛 $ABCD$ 的周长是 24 米, $\angle BAD = 60^\circ$, 则花坛对角线 AC 的长等于【 】



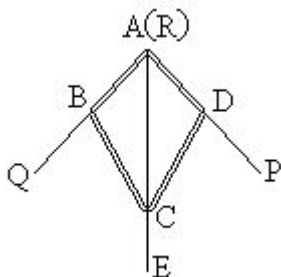
- A. $6\sqrt{3}$ 米 B. 6 米 C. $3\sqrt{3}$ 米 D. 3 米

12. (2015 年浙江衢州 3 分) 如图, 已知“人字梯”的 5 个踩档把梯子等分成 6 份, 从上往下的第二个踩档与第三个踩档的正中间处有一条 60 cm 长的绑绳 EF , $\tan \alpha = \frac{5}{2}$, 则“人字梯”的顶端离地面的高度 AD 是【 】



- A. 144cm B. 180cm C. 240cm D. 360cm

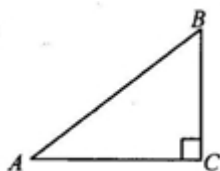
13. (2015 年浙江绍兴 4 分) 如图, 小敏做了一个角平分仪 ABCD, 其中 $AB=AD$, $BC=DC$, 将仪器上的点 A 与 $\angle PRQ$ 的顶点 R 重合, 调整 AB 和 AD, 使它们分别落在角的两边上, 过点 A, C 画一条射线 AE, AE 就是 $\angle PRQ$ 的平分线. 此角平分仪的画图原理是: 根据仪器结构, 可得 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, 这样就有 $\angle QAE = \angle PAE$. 则说明这两个三角形全等的依据是【 】



- A. SAS B. ASA C. AAS D. SSS

14. (2015 年浙江温州 4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=5$, $BC=3$, 则 $\cos A$ 的值

是【 】



A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{4}{3}$

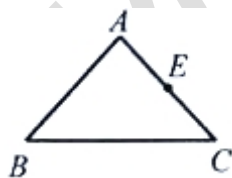
C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

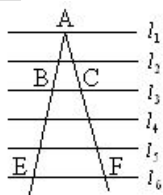


二. 填空题

1. (2015 年浙江嘉兴 5 分) 如图, 一张三角形纸片 ABC , $AB=AC=5$. 折叠该纸片, 使点 A 落在 BC 的中点上, 折痕经过 AC 上的点 E , 则 AE 的长为 ▲



2. (2015 年浙江金华 4 分) 如图, 直线 l_1, l_2, \dots, l_6 是一组等距离的平行线, 过直线 l_1 上的点 A 作两条射线, 分别与直线 l_3, l_6 相交于点 B, E, C, F . 若 $BC=2$, 则 EF 的长是 ▲



3. (2015 年浙江金华 4 分) 图 1 是一张可以折叠的小床展开后支撑起来放在地面的示意图, 此时, 点 A, B, C 在同一直线上, 且 $\angle ACD=90^\circ$. 图 2 是小床支撑脚 CD 折叠的示意图, 在折叠过程中, $\triangle ACD$ 变形为四边形 $ABC'D'$, 最后折叠形成一条线段 BD'' .

(1) 小床这样设计应用的数学原理是 ▲

(2) 若 $AB:BC=1:4$, 则 $\tan \angle CAD$ 的值是 ▲

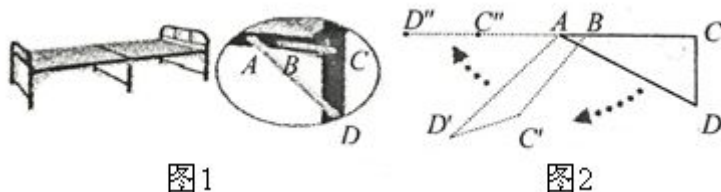
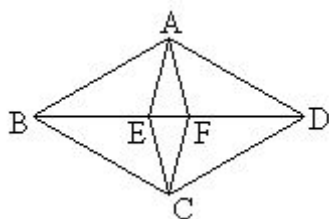


图1

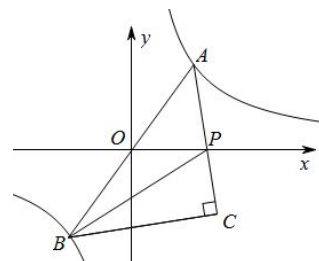
图2

4. (2015 年浙江丽水 4 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 与四边形 $AECF$ 都是菱形, 点 E, F 在 BD 上, 已知 $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle EAF = 30^\circ$, 则 $\frac{AB}{AE} = \underline{\hspace{1cm}}$.

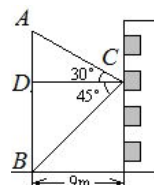


5. (2015 年浙江丽水 4 分) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1, -2\sqrt{2})$, 点 A 是该图象第一象限分支上的动点, 连结 AO 并延长交另一支于点 B , 以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC , 顶点 C 在第四象限, AC 与 x 轴交于点 P , 连结 BP .

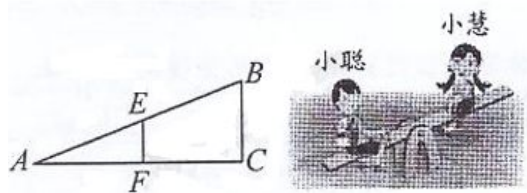
- (1) k 的值为 $\underline{\hspace{1cm}}$.
- (2) 在点 A 运动过程中, 当 BP 平分 $\angle ABC$ 时, 点 C 的坐标是 $\underline{\hspace{1cm}}$.



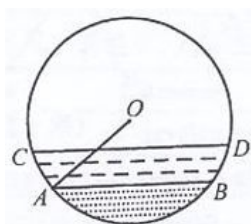
6. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 在数学活动课中, 小敏为了测量校园内旗杆 AB 的高度, 站在教学楼的 C 处测得旗杆底端 B 的俯角为 45° , 测得旗杆顶端 A 的仰角为 30° , 若旗杆与教学楼的距离为 9m , 则旗杆 AB 的高度是 $\underline{\hspace{1cm}}\text{m}$ (结果保留根号)



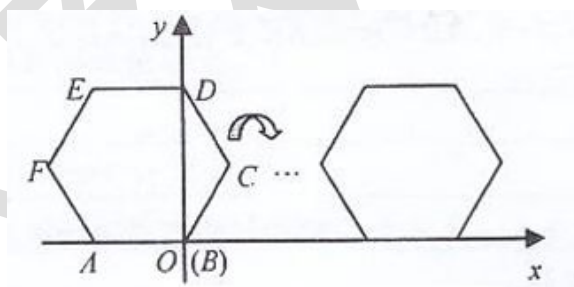
7. (2015 年浙江衢州 4 分) 如图, 小聪与小慧玩跷跷板, 跷跷板支架高 EF 为 0.6 米, E 是 AB 的中点, 那么小聪能将小慧翘起的最大高度 BC 等于 $\underline{\hspace{1cm}}$ 米.



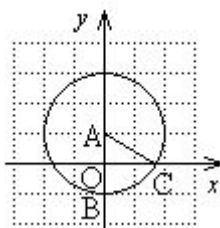
8. (2015 年浙江衢州 4 分) 一条排水管的截面如图所示, 已知排水管的半径 $OA = 1m$, 水面宽 $AB = 1.2m$, 某天下雨后, 水管水面上升了 $0.2m$, 则此时排水管水面宽 CD 等于 m .



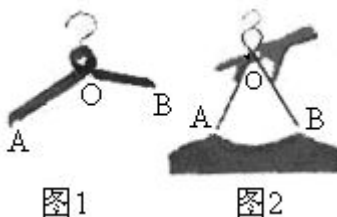
9. (2015 年浙江衢州 4 分) 已知, 正六边形 $ABCDEF$ 在直角坐标系的位置如图所示, $A(-2, 0)$, 点 B 在原点, 把正六边形 $ABCDEF$ 沿 x 轴正半轴作无滑动的连续翻转, 每次翻转 60° , 经过 2015 次翻转之后, 点 B 的坐标是 .



10. (2015 年浙江绍兴 5 分) 如图, 已知点 $A(0, 1)$, $B(0, -1)$, 以点 A 为圆心, AB 为半径作圆, 交 x 轴的正半轴于点 C , 则 $\angle BAC$ 等于 度



11. (2015 年浙江绍兴 5 分) 由于木质衣架没有柔性, 在挂置衣服的时候不太方便操作. 小敏设计了一种衣架, 在使用时能轻易收拢, 然后套进衣服后松开即可. 如图 1, 衣架杆 $OA = OB = 18cm$, 若衣架收拢时, $\angle AOB = 60^\circ$, 如图 2, 则此时 A, B 两点之间的距离是 cm .



12. (2015 年浙江台州 5 分) 如图, 这是台州市地图的一部分, 分别以正东、正北方向为 x 轴、 y 轴的正方向建立直角坐标系, 规定一个单位长度表示 1km , 甲、乙两人对着地图如下描述路桥区 A 处的位置则椒江区 B 处的坐标是 ▲

甲: 路桥区 A 处的坐标是 $(2, 0)$

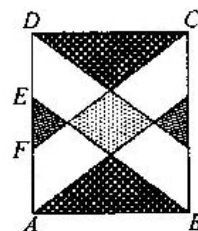
乙: 路桥区 A 处在椒江区 B 处南偏西 30° 方向, 相距 16km



13. (2015 年浙江温州 5 分) 图甲是小明设计的带图案的花边作品, 该作品由形如图乙的矩形图案拼接而成 (不重叠, 无缝隙). 图乙中, $\frac{AB}{BC} = \frac{6}{7}$, $EF=4\text{cm}$, 上下两个阴影三角形的面积之和为 54cm^2 , 其内部菱形由两组距离相等的平行线交叉得到, 则该菱形的周长为 ▲ cm



甲

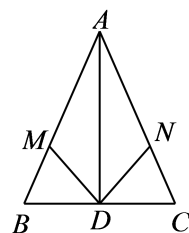


乙

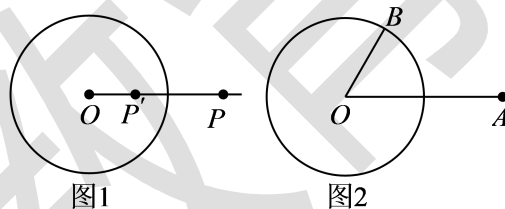


三. 解答题

1. (2015 年浙江杭州 8 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB=AC$, AD 平分 $\angle BAC$, 点 M 、 N 分别在 AB 、 AC 边上, $AM=2MB$, $AN=2NC$, 求证: $DM=DN$.



2. (2015年浙江杭州 8分) 如图1, $\odot O$ 的半径为 $r(r>0)$, 若点 P' 在射线 OP 上, 满足 $OP' \cdot OP = r^2$, 则称点 P' 是点 P 关于 $\odot O$ 的“反演点”, 如图2, $\odot O$ 的半径为 4, 点 B 在 $\odot O$ 上, $\angle BOA = 60^\circ$, $OA = 8$, 若点 A' 、 B' 分别是点 A 、 B 关于 $\odot O$ 的反演点, 求 $A'B'$ 的长.



3. (2015年浙江杭州 12分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中 ($BC > AC$), $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在 AB 边上,

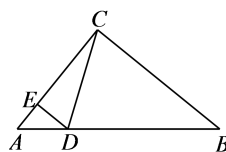
$DE \perp AC$ 于点 E

- (1) 若 $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{3}$, $AE = 2$, 求 EC 的长

- (2) 设点 F 在线段 EC 上, 点 G 在射线 CB 上, 以 F , C , G 为顶点的三角形与 $\triangle EDC$ 有一

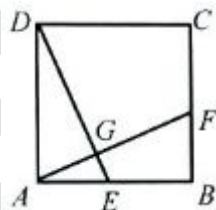
个锐角相等, FG 交 CD 于点 P , 问: 线段 CP 可能是 $\triangle CFG$ 的高线还是中线? 或两者都有

可能? 请说明理由



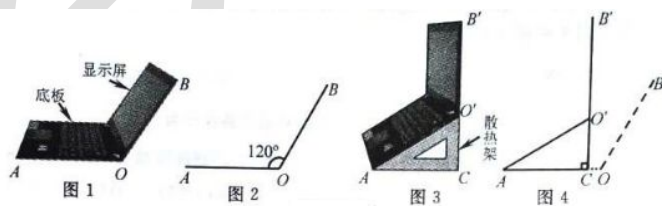
4. (2015 年浙江嘉兴 8 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 AB, BC 上, $AF=DE$, AF 和 DE 相交于点 G .

- (1) 观察图形, 写出图中所有与 $\angle AED$ 相等的角;
- (2) 选择图中与 $\angle AED$ 相等的任意一个角, 并加以证明.



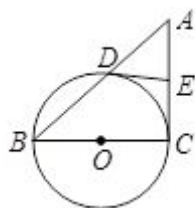
5. (2015 年浙江嘉兴 12 分) 小红将笔记本电脑水平放置在桌子上, 显示屏 OB 与底板 OA 所在的水平线的夹角为 120° 时, 感觉最舒适 (如图 1), 侧面示意图为图 2; 使用时为了散热, 她在底板下垫入散热架 ACO' 后, 电脑转到 $AO'B'$ 位置 (如图 3), 侧面示意图为图 4. 已知 $OA=OB=24\text{cm}$, $O'C \perp OA$ 于点 C , $O'C=12\text{cm}$.

- (1) 求 $\angle CAO'$ 的度数;
- (2) 显示屏的顶部 B' 比原来升高了多少?
- (3) 如图 4, 垫入散热架后, 要使显示屏 $O'B'$ 与水平线的夹角仍保持 120° , 则显示屏 $O'B'$ 应绕点 O' 按顺时针方向旋转多少度?



6. (2015 年浙江湖州 8 分) 如图, 已知 BC 是 $\odot O$ 的直径, AC 切 $\odot O$ 于点 C , AB 交 $\odot O$ 于点 D , E 为 AC 的中点, 连结 DE .

- (1) 若 $AD=DB$, $OC=5$, 求切线 AC 的长;
- (2) 求证: ED 是 $\odot O$ 的切线.



7. (2015 年浙江湖州 10 分) 问题背景: 已知在 $\triangle ABC$ 中, AB 边上的动点 D 由 A 向 B 运动

(与 A, B 不重合), 点 E 与点 D 同时出发, 由点 C 沿 BC 的延长线方向运动(E 不与 C 重合), 连结 DE 交 AC 于点 F , 点 H 是线段 AF 上一点

(1) 初步尝试: 如图 1, 若 $\triangle ABC$ 是等边三角形, $DH \perp AC$, 且点 D, E 的运动速度相等,

求证: $HF = AH + CF$

小王同学发现可以由以下两种思路解决此问题:

思路一: 过点 D 作 $DG \parallel BC$, 交 AC 于点 G , 先证 $GH = AH$, 再证 $GF = CF$, 从而证得结论成立;

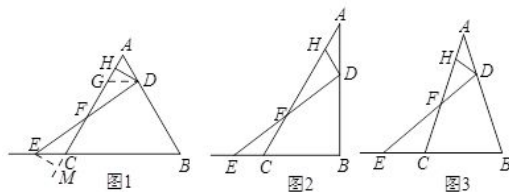
思路二: 过点 E 作 $EM \perp AC$, 交 AC 的延长线于点 M , 先证 $CM = AH$, 再证 $HF = MF$, 从而证得结论成立.

请你任选一种思路, 完整地书写本小题的证明过程(如用两种方法作答, 则以第一种方法评分)

(2) 类比探究: 如图 2, 若在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ADH = \angle BAC = 30^\circ$, 且点 D, E 的运动速度之比是 $\sqrt{3}:1$, 求 $\frac{AC}{HF}$ 的值;

(3) 延伸拓展: 如图 3, 若在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle ADH = \angle BAC = 36^\circ$, 记 $\frac{BC}{AB} = m$, 且点

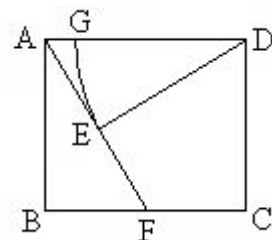
D, E 的运动速度相等, 试用含 m 的代数式表示 $\frac{AC}{HF}$ (直接写出结果, 不必写解答过程).



8. (2015 年浙江金华 8 分) 如图, 在矩形 ABCD 中, 点 F 在边 BC 上, 且 $AF=AD$, 过点 D 作 $DE \perp AF$, 垂足为点 E.

(1) 求证: $DE=AB$;

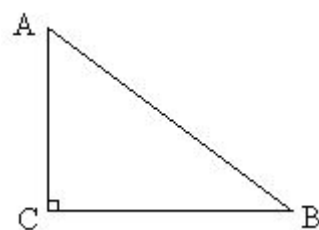
(2) 以 D 为圆心, DE 为半径作圆弧交 AD 于点 G, 若 $BF=FC=1$, 试求 EG 的长.



9. (2015 年浙江丽水 6 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$, $\angle C = \text{Rt}\angle$, $AC < BC$, D 为 BC 上一点, 且到 A, B 两点的距离相等.

(1) 用直尺和圆规, 作出点 D 的位置 (不写作法, 保留作图痕迹);

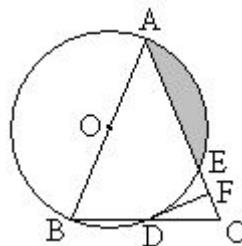
(2) 连结 AD, 若 $\angle B = 37^\circ$, 求 $\angle CAD$ 的度数.



10. (2015 年浙江丽水 8 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别与 BC, AC 交于点 D, E, 过点 D 作 $\odot O$ 的切线 DF, 交 AC 于点 F.

(1) 求证: $DF \perp AC$;

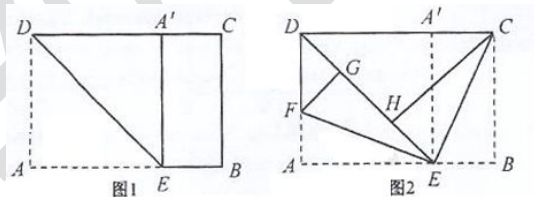
(2) 若 $\odot O$ 的半径为 4, $\angle CDF = 22.5^\circ$, 求阴影部分的面积.



11. (2015 年浙江衢州 8 分) 如图 1, 将矩形 $ABCD$ 沿 DE 折叠, 使顶点 A 落在 DC 上的点 A' 处, 然后将矩形展平, 沿 EF 折叠, 使顶点 A 落在折痕 DE 上的点 G 处, 再将矩形 $ABCD$ 沿 CE 折叠, 此时顶点 B 恰好落在 DE 上的点 H 处, 如图 2.

(1) 求证: $EG = CH$;

(2) 已知 $AF = \sqrt{2}$, 求 AD 和 AB 的长.

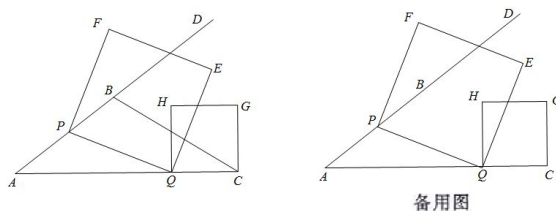


12. (2015 年浙江衢州 12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $AC = 9$, $S_{\triangle ABC} = \frac{27}{2}$, 动点 P 从 A 点出发, 沿射线 AB 方向以每秒 5 个单位的速度运动, 动点 Q 从 C 点出发, 以相同的速度在线段 AC 上由 C 向 A 运动, 当 Q 点运动到 A 点时, P 、 Q 两点同时停止运动. 以 PQ 为边作正方形 $PQEF$ (P 、 Q 、 E 、 F 按逆时针排序), 以 CQ 为边在 AC 上方作正方形 $QCGH$.

(1) 求 $\tan A$ 的值;

(2) 设点 P 运动时间为 t , 正方形 $PQEF$ 的面积为 S , 请探究 S 是否存在最小值? 若存在, 求出这个最小值, 若不存在, 请说明理由;

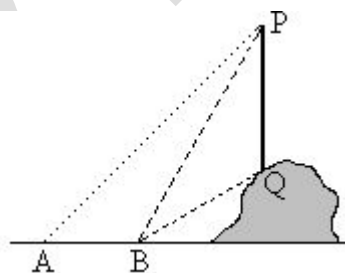
(3) 当 t 为何值时, 正方形 $PQEF$ 的某个顶点 (Q 点除外) 落在正方形 $QCGH$ 的边上, 请直接写出 t 的值.



13. (2015 年浙江绍兴 8 分) 如图, 从地面上的点 A 看一山坡上的电线杆 PQ , 测得杆顶端点 P 的仰角是 45° , 向前走 6m 到达 B 点, 测得杆顶端点 P 和杆底端点 Q 的仰角分别是 60° 和 30° .

(1) 求 $\angle BPQ$ 的度数;

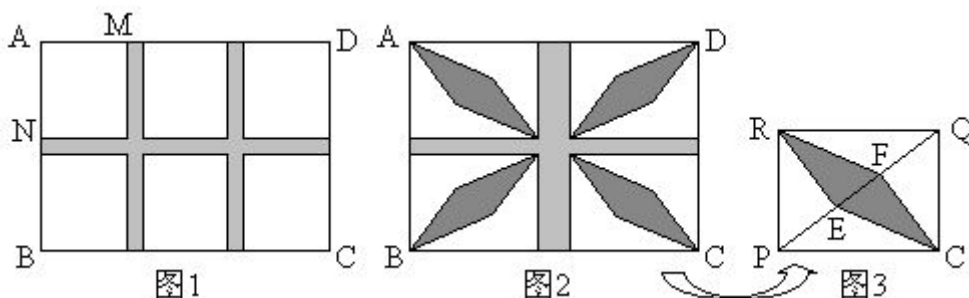
(2) 求该电线杆 PQ 的高度 (结果精确到 1m). 备用数据: $\sqrt{3} \approx 1.7$, $\sqrt{2} \approx 1.4$



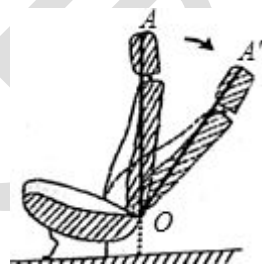
14. (2015 年浙江绍兴 12 分) 某校规划在一块长 AD 为 18m , 宽 AB 为 13m 的长方形场地 $ABCD$ 上, 设计分别与 AD , AB 平行的横向通道和纵向通道, 其余部分铺上草皮.

(1) 如图 1, 若设计三条通道, 一条横向, 两条纵向, 且它们的宽度相等, 其余六块草坪相同, 其中一块草坪两边之比 $AM:AN=8:9$, 问通道的宽是多少?

(2) 为了建造花坛, 要修改 (1) 中的方案, 如图 2, 将三条通道改为两条通道, 纵向的宽度改为横向宽度的 2 倍, 其余四块草坪相同, 且每一块草坪均有一边长为 8m , 这样能在这些草坪建造花坛. 如图 3, 在草坪 $RPCQ$ 中, 已知 $RE \perp PQ$ 于点 E , $CF \perp PQ$ 于点 F , 求花坛 $RECF$ 的面积.

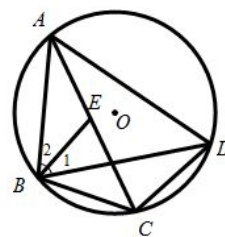


15. (2015 年浙江台州 8 分) 如图, 这是一把可调节座椅的侧面示意图, 已知头枕上的点到调节器点 O 处的距离为 80cm , AO 与地面垂直, 现调整靠背, 把 OA 绕点 O 旋转 35° 到 OA' 处, 求调整后点 A' 比调整前点 A 的高度降低了多少 cm ? (结果取整数)? (参考数据: $\sin 35^\circ \approx 0.57$, $\cos 35^\circ \approx 0.82$, $\tan 35^\circ \approx 0.70$)



16. (2015 年浙江台州 12 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 点 E 在对角线 AC 上, $EC=BC=DC$.

- (1) 若 $\angle CBD=39^\circ$, 求 $\angle BAD$ 的度数;
- (2) 求证: $\angle 1=\angle 2$.



17. (2015 年浙江台州 14 分) 定义: 如图 1, 点 M, N 把线段 AB 分割成 AM, MN 和 BN , 若以 AM, MN, BN 为边的三角形是一个直角三角形, 则称点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点.

- (1) 已知点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点, 若 $AM=2, MN=3$, 求 BN 的长;

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, FG 是中位线, 点 D, E 是线段 BC 的勾股分割点, 且 $EC > DE \geq BD$,

连接 AD, AE 分别交 FG 于点 M, N , 求证: 点 M, N 是线段 FG 的勾股分割点;

(3) 已知点 C 是线段 AB 上的一点, 其位置如图 3 所示, 请在 BC 上画一点 D , 使 C, D 是线段 AB 的勾股分割点 (要求尺规作图, 保留作图痕迹, 画出一种情形即可);

(4) 如图 4, 已知点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点, $MN > AM \geq BN$, $\triangle AMC, \triangle MND$ 和 $\triangle NBM$ 均是等边三角形, AE 分别交 CM, DM, DN 于点 F, G, H , 若 H 是 DN 的中点, 试探究 $S_{\triangle AMF}$, $S_{\triangle BEN}$ 和 $S_{\text{四边形} MNHG}$ 的数量关系, 并说明理由.

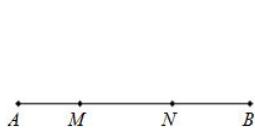


图1

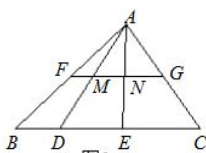


图2



图3

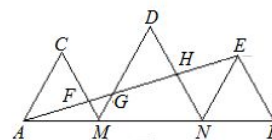
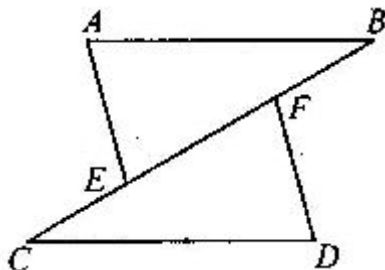


图4

18. (2015年浙江温州 8分) 如图, 点 C, E, F, B 在同一直线上, 点 A, D 在 BC 异侧, $AB \parallel CD$, $AE = DF$, $\angle A = \angle D$.

(1) 求证: $AB = CD$;

(2) 若 $AB = CF$, $\angle B = 30^\circ$, 求 $\angle D$ 的度数.

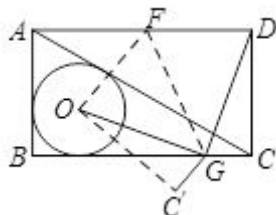


专题 11：四边形问题



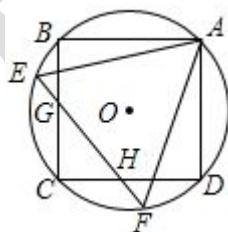
一. 选择题

1. (2015 年浙江湖州 3 分) 如图, AC 是矩形 $ABCD$ 的对角线, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, 现将矩形 $ABCD$ 按如图所示的方式折叠, 使点 D 与点 O 重合, 折痕为 FG , 点 F, G 分别在 AD, BC 上, 连结 OG, DG , 若 $OG \perp DG$, 且 $\odot O$ 的半径长为 1, 则下列结论不成立的是【 】



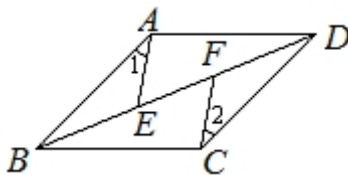
- A. $CD + DF = 4$ B. $CD - DF = 2\sqrt{3} - 3$ C. $BC + AB = 2\sqrt{3} + 4$ D. $BC - AB = 2$

2. (2015 年浙江金华 3 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 和正三角形 AEF 都内接于 $\odot O$, EF 与 BC, CD 分别相交于点 G, H , 则 $\frac{EF}{GH}$ 的值是【 】



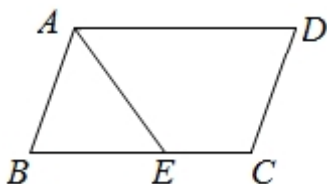
- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

3. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, $\square ABCD$ 中, E, F 是对角线 BD 上的两点, 如果添加一个条件, 使 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 则添加的条件不能为【 】



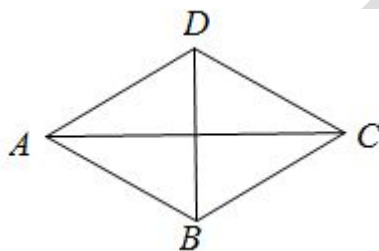
- A. $BE = DF$ B. $BF = DE$ C. $AE = CF$ D. $\angle 1 = \angle 2$

4. (2015 年浙江衢州 3 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 已知 $AD = 12\text{cm}$, $AB = 8\text{cm}$, AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E , 则 CE 的长等于【 】



- A. 8cm B. 6cm C. 4cm D. 2cm

5. (2015 年浙江衢州 3 分) 如图, 已知某广场菱形花坛 $ABCD$ 的周长是 24 米, $\angle BAD = 60^\circ$, 则花坛对角线 AC 的长等于【 】

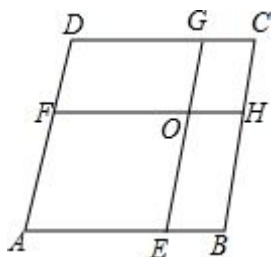


- A. $6\sqrt{3}$ 米 B. 6 米 C. $3\sqrt{3}$ 米 D. 3 米

6. (2015 年浙江台州 4 分) 如果将长为 6cm , 宽为 5cm 的长方形纸片折叠一次, 那么这条折痕的长不可能是【 】

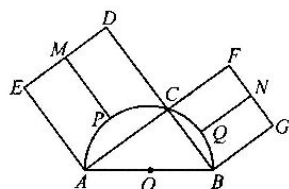
- A. 8cm B. $5\sqrt{2}\text{cm}$ C. 5.5cm D. 1cm

7. (2015 年浙江台州 4 分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, 点 E 、 F 分别在 AB 、 AD 上, 且 $AE = AF$, 过点 E 作 $EG \parallel AD$ 交 CD 于点 G , 过点 F 作 $FH \parallel AB$ 交 BC 于点 H , EG 与 FH 交于点 O , 当四边形 $AEOF$ 与四边形 $CGOH$ 的周长之差为 12 时, AE 的值为【 】



- A. 6.5 B. 6 C. 5.5 D. 5

8. (2015 年浙江温州 4 分) 如图, C 是以 AB 为直径的半圆 O 上一点, 连结 AC , BC , 分别以 AC , BC 为边向外作正方形 $ACDE$, $BCFG$, DE , FG , AC , BC 的中点分别是 M , N , P , Q . 若 $MP+NQ=14$, $AC+BC=18$, 则 AB 的长是【 】

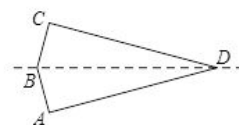


- A. $9\sqrt{2}$ B. $\frac{90}{7}$ C. 13 D. 16

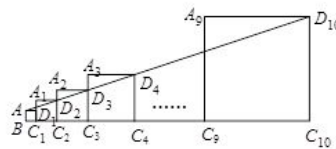


二. 填空题

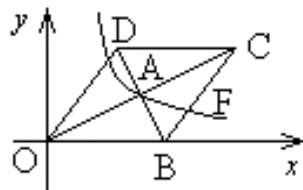
1. (2015 年浙江杭州 4 分) 如图, 在四边形纸片 $ABCD$ 中, $AB=BC$, $AD=CD$, $\angle A=\angle C=90^\circ$, $\angle B=150^\circ$, 将纸片先沿直线 BD 对折, 再将对折后的图形沿从一个顶点出发的直线裁剪, 剪开后的图形打开铺平, 若铺平后的图形中有一个是面积为 2 的平行四边形, 则 $CD=$ ▲



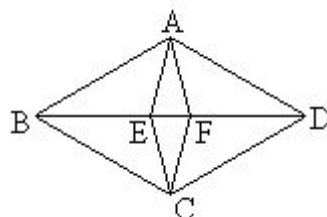
2. (2015 年浙江湖州 4 分) 已知正方形 ABC_1D_1 的边长为 1, 延长 C_1D_1 到 A_1 , 以 A_1C_1 为边向右作正方形 $A_1C_1C_2D_2$, 延长 C_2D_2 到 A_2 , 以 A_2C_2 为边向右作正方形 $A_2C_2C_3D_3$ (如图所示), 以此类推..., 若 $A_1C_1=2$, 且点 A , D_2 , D_3 , ..., D_{10} 都在同一直线上, 则正方形 $A_9C_9C_{10}D_{10}$ 的边长是 ▲



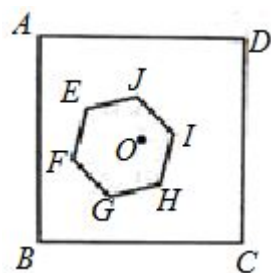
3. (2015 年浙江金华 4 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $OBCD$ 的边 OB 在 x 轴正半轴上, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象经过该菱形对角线的交点 A , 且与边 BC 交于点 F . 若点 D 的坐标为 $(6, 8)$, 则点 F 的坐标是 ▲



4. (2015 年浙江丽水 4 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 与四边形 $AECF$ 都是菱形, 点 E, F 在 BD 上, 已知 $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle EAF = 30^\circ$, 则 $\frac{AB}{AE} = \underline{\hspace{1cm}}$.

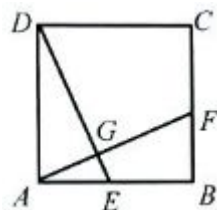


5. (2015 年浙江宁波 4 分) 命题“对角线相等的四边形是矩形”是 假 命题 (填“真”或“假”)
6. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $AD=12$, 过点 A, D 两点的 $\odot O$ 与 BC 边相切于点 E , 则 $\odot O$ 的半径为 5
7. (2015 年浙江绍兴 5 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3$, $AC=4$, 点 P 在以 C 为圆心, 5 为半径的圆上, 连结 PA, PB . 若 $PB=4$, 则 PA 的长为 6
8. (2015 年浙江台州 5 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 中心为点 O , 有一边长大小不定的正六边形 $EFGHIJ$ 绕点 O 可任意旋转, 在旋转过程中, 这个正六边形始终在正方形 $ABCD$ 内 (包括正方形的边), 当这个六边形的边长最大时, AE 的最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$



三. 解答题

1. (2015 年浙江嘉兴 8 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 AB, BC 上, $AF=DE$, AF 和 DE 相交于点 G .
- (1) 观察图形, 写出图中所有与 $\angle AED$ 相等的角;
- (2) 选择图中与 $\angle AED$ 相等的任意一个角, 并加以证明.



2. (2015 年浙江嘉兴 14 分) 类比等腰三角形的定义, 我们定义: 有一组邻边相等的凸四边形叫做“等邻边四边形”.

(1) 概念理解:

如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, 添加一个条件, 使得四边形 $ABCD$ 是“等邻边四边形”, 请写出你添加的一个条件:

(2) 问题探究:

①小红猜想: 对角线互相平分的“等邻边四边形”是菱形, 她的猜想正确吗? 请说明理由;

②如图 2, 小红画了一个 $Rt\triangle ABC$, 其中 $\angle ABC=90^\circ$, $AB=2$, $BC=1$, 并将 $Rt\triangle ABC$ 沿 $\angle B$ 的平分线 BB' 方向平移得到 $\triangle A'B'C'$, 连结 AA' , BC' . 小红要使平移后的四边形 $ABC'A'$ 是“等邻边四边形”, 应平移多少距离 (即线段 BB' 的长)?

(3) 应用拓展:

如图 3, “等邻边四边形” $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle BAD+\angle BCD=90^\circ$, AC , BD 为对角线, $AC=\sqrt{2}AB$. 试探究 BC , CD , BD 的数量关系.

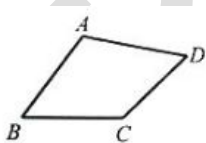


图 1

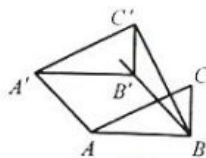


图 2

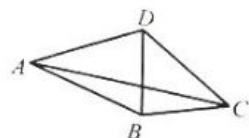
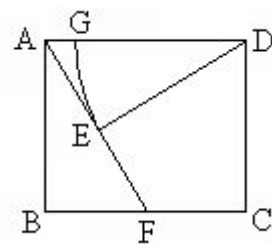


图 3

3. (2015 年浙江金华 8 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 F 在边 BC 上, 且 $AF=AD$, 过点 D 作 $DE\perp AF$, 垂足为点 E .

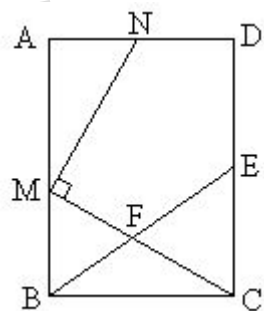
(1) 求证: $DE=AB$;

(2) 以 D 为圆心, DE 为半径作圆弧交 AD 于点 G , 若 $BF=FC=1$, 试求 EG 的长.



4. (2015 年浙江丽水 10 分) 如图, 在矩形 ABCD 中, E 为 CD 的中点, F 为 BE 上的一点, 连结 CF 并延长交 AB 于点 M, $MN \perp CM$ 交射线 AD 于点 N.

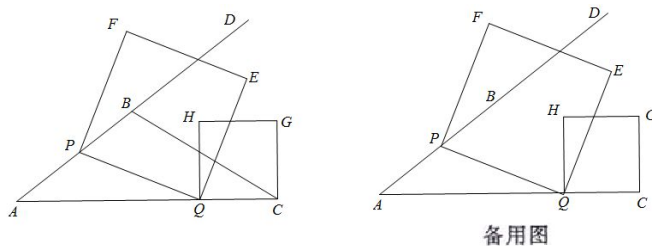
- (1) 当 F 为 BE 中点时, 求证: $AM = CE$;
- (2) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{BF} = 2$, 求 $\frac{AN}{ND}$ 的值;
- (3) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{BF} = n$, 当 n 为何值时, $MN \parallel BE$?



5. (2015 年浙江衢州 12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $AC = 9$, $S_{\triangle ABC} = \frac{27}{2}$, 动点 P 从 A 点出发, 沿射线 AB 方向以每秒 5 个单位的速度运动, 动点 Q 从 C 点出发, 以相同的速度在线段 AC 上由 C 向 A 运动, 当 Q 点运动到 A 点时, P 、 Q 两点同时停止运动. 以 PQ 为边作正方形 $PQEF$ (P 、 Q 、 E 、 F 按逆时针排序), 以 CQ 为边在 AC 上方作正方形 $QCGH$.

- (1) 求 $\tan A$ 的值;
- (2) 设点 P 运动时间为 t , 正方形 $PQEF$ 的面积为 S , 请探究 S 是否存在最小值? 若存在, 求出这个最小值, 若不存在, 请说明理由;

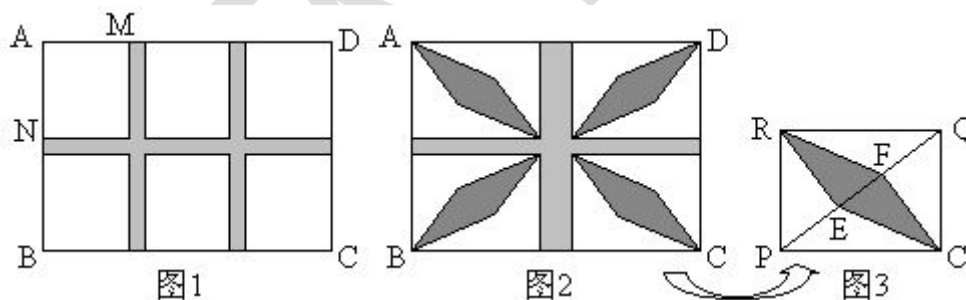
(3) 当 t 为何值时, 正方形 $PQEF$ 的某个顶点 (Q 点除外) 落在正方形 $QCGH$ 的边上, 请直接写出 t 的值.



6. (2015 年浙江绍兴 12 分) 某校规划在一块长 AD 为 18m , 宽 AB 为 13m 的长方形场地 $ABCD$ 上, 设计分别与 AD , AB 平行的横向通道和纵向通道, 其余部分铺上草皮.

(1) 如图 1, 若设计三条通道, 一条横向, 两条纵向, 且它们的宽度相等, 其余六块草坪相同, 其中一块草坪两边之比 $AM:AN=8:9$, 问通道的宽是多少?

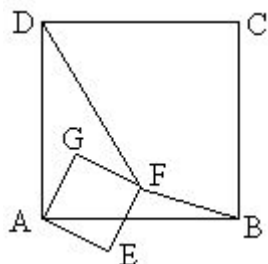
(2) 为了建造花坛, 要修改 (1) 中的方案, 如图 2, 将三条通道改为两条通道, 纵向的宽度改为横向宽度的 2 倍, 其余四块草坪相同, 且每一块草坪均有一边长为 8m , 这样能在这些草坪建造花坛. 如图 3, 在草坪 $RPCQ$ 中, 已知 $RE \perp PQ$ 于点 E , $CF \perp PQ$ 于点 F , 求花坛 $RECF$ 的面积.



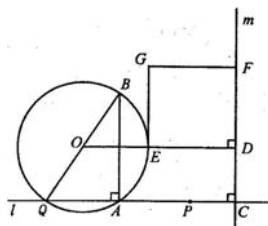
7. (2015 年浙江绍兴 12 分) 正方形 $ABCD$ 和正方形 $AEFG$ 有公共顶点 A , 将正方形 $AEFG$ 绕点 A 按顺时针方向旋转, 记旋转角 $\angle DAG = \alpha$, 其中 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, 连结 DF , BF , 如图.

- (1) 若 $\alpha = 0^\circ$, 则 $DF = BF$, 请加以证明;
- (2) 试画一个图形 (即反例), 说明 (1) 中命题的逆命题是假命题;
- (3) 对于 (1) 中命题的逆命题, 如果能补充一个条件后能使该逆命题为真命题, 请直接写

出你认为需要补充的一个条件，不必说明理由.



8. (2015 年浙江温州 14 分) 如图, 点 A 和动点 P 在直线 l 上, 点 P 关于点 A 的对称点为 Q, 以 AQ 为边作 $Rt\triangle ABQ$, 使 $\angle BAQ=90^\circ$, $AQ:AB=3:4$, 作 $\triangle ABQ$ 的外接圆 O. 点 C 在点 P 右侧, $PC=4$, 过点 C 作直线 $m \perp l$, 过点 O 作 $OD \perp m$ 于点 D, 交 AB 右侧的圆弧于点 E. 在射线 CD 上取点 F, 使 $DF=\frac{3}{2}CD$, 以 DE, DF 为邻边作矩形 DEGF, 设 $AQ=3x$
- (1) 用关于 x 的代数式表示 BQ, DF;
 - (2) 当点 P 在点 A 右侧时, 若矩形 DEGF 的面积等于 90, 求 AP 的长;
 - (3) 在点 P 的整个运动过程中,
 - ① 当 AP 为何值时, 矩形 DEGF 是正方形?
 - ② 作直线 BG 交 $\odot O$ 于另一点 N, 若 BN 的弦心距为 1, 求 AP 的长 (直接写出答案)



专题 12：圆的问题



一. 选择题

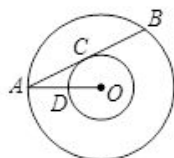
1. (2015 年浙江杭州 3 分) 圆内接四边形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle A = 70^\circ$, 则 $\angle C =$ 【 】

- A. 20° B. 30° C. 70° D. 110°

2. (2015 年浙江湖州 3 分) 若一个圆锥的侧面展开图是半径为 18cm , 圆心角为 240° 的扇形, 则这个圆锥的底面半径长是 【 】

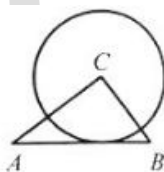
- A. 6cm B. 9cm C. 12cm D. 18cm

3. (2015 年浙江湖州 3 分) 如图, 以点 O 为圆心的两个圆中, 大圆的弦 AB 切小圆于点 C , OA 交小圆于点 D , 若 $OD = 2$, $\tan \angle OAB = \frac{1}{2}$, 则 AB 的长是 【 】



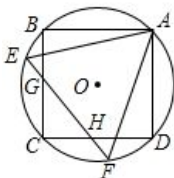
- A. 4 B. $2\sqrt{3}$ C. 8 D. $4\sqrt{3}$

4. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $BC = 3$, $AC = 4$, 以点 C 为圆心的圆与 AB 相切, 则 $\odot O$ 的半径为 【 】



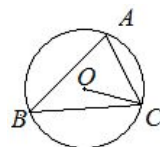
- A. 2.3 B. 2.4 C. 2.5 D. 2.6

5. (2015 年浙江金华 3 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 和正三角形 AEF 都内接于 $\odot O$, EF 与 BC , CD 分别相交于点 G , H , 则 $\frac{EF}{GH}$ 的值是 【 】



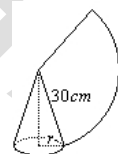
- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

6. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, $\odot O$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle A = 72^\circ$, 则 $\angle BCO$ 的度数为
【 】



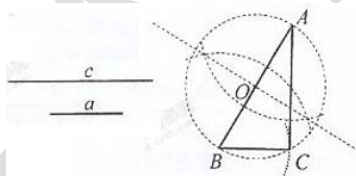
- A. 15° B. 18° C. 20° D. 28°

7. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 用一个半径为 30cm, 面积为 $300\pi \text{ cm}^2$ 的扇形铁皮, 制作一个无底的圆锥 (不计损耗), 则圆锥的底面半径 r 为【 】



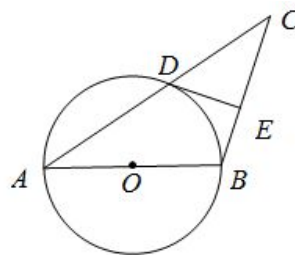
- A. 5cm B. 10cm C. 20cm D. $5\pi \text{ cm}$

8. (2015 年浙江衢州 3 分) 数学课上, 老师让学生尺规作图画 $Rt\triangle ABC$, 使其斜边 $AB = c$, 一条直角边 $BC = a$. 小明的作法如图所示, 你认为这种作法中判断 $\angle ACB$ 是直角的依据是
【 】



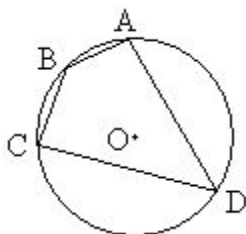
- A. 勾股定理 B. 直径所对的圆周角是直角
C. 勾股定理的逆定理 D. 90° 的圆周角所对的弦是直径

9. (2015 年浙江衢州 3 分) 如图, 已知等腰 $\triangle ABC$, $AB = BC$, 以 AB 为直径的圆交 AC 于点 D , 过点 D 的 $\odot O$ 的切线交 BC 于点 E , 若 $CD = 5$, $CE = 4$, 则 $\odot O$ 的半径是【 】



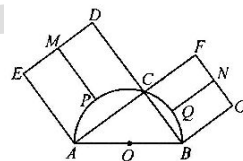
- A. 3 B. 4 C. $\frac{25}{6}$ D. $\frac{25}{8}$

10. (2015 年浙江绍兴 4 分) 如图, 四边形 ABCD 是 $\odot O$ 的内接四边形, $\odot O$ 的半径为 2, $\angle B = 135^\circ$, 则 \widehat{AC} 的长【 】



- A. 2π B. π C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{3}$

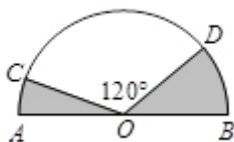
11. (2015 年浙江温州 4 分) 如图, C 是以 AB 为直径的半圆 O 上一点, 连结 AC, BC, 分别以 AC, BC 为边向外作正方形 ACDE, BCFG, DE, FG, AC, BC 的中点分别是 M, N, P, Q. 若 $MP + NQ = 14$, $AC + BC = 18$, 则 AB 的长是【 】



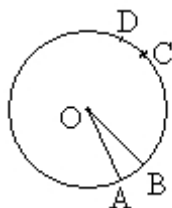
- A. $9\sqrt{2}$ B. $\frac{90}{7}$ C. 13 D. 16

二. 填空题

1. (2015 年浙江湖州 4 分) 如图, 已知 C, D 是以 AB 为直径的半圆周上的两点, O 是圆心, 半径 $OA = 2$, $\angle COD = 120^\circ$, 则图中阴影部分的面积等于

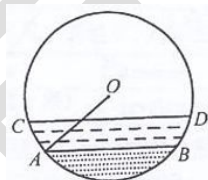


2. (2015 年浙江丽水 4 分) 如图, 圆心角 $\angle AOB = 20^\circ$, 将 AB 旋转 n° 得到 CD, 则 CD 的度数是 度



3. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $AD=12$, 过点 A, D 两点的 $\odot O$ 与 BC 边相切于点 E , 则 $\odot O$ 的半径为 ▲

4. (2015 年浙江衢州 4 分) 一条排水管的截面如图所示, 已知排水管的半径 $OA=1m$, 水面宽 $AB=1.2m$, 某天下雨后, 水管水面上升了 $0.2m$, 则此时排水管水面宽 CD 等于 ▲ m .



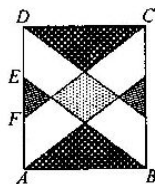
5. (2015 年浙江绍兴 5 分) 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3$, $AC=4$, 点 P 在以 C 为圆心, 5 为半径的圆上, 连结 PA, PB . 若 $PB=4$, 则 PA 的长为 ▲

6. (2015 年浙江温州 5 分) 已知扇形的圆心角为 120° , 弧长为 2π , 则它的半径为 ▲

7. (2015 年浙江温州 5 分) 图甲是小明设计的带图案的花边作品, 该作品由形如图乙的矩形图案拼接而成 (不重叠, 无缝隙). 图乙中, $\frac{AB}{BC} = \frac{6}{7}$, $EF=4cm$, 上下两个阴影三角形的面积之和为 $54cm^2$, 其内部菱形由两组距离相等的平行线交叉得到, 则该菱形的周长为 ▲ cm



甲

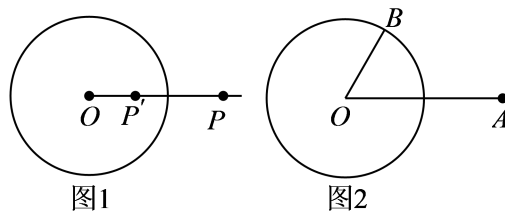


乙



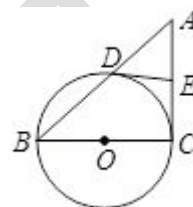
三. 解答题

1. (2015 年浙江杭州 8 分) 如图 1, $\odot O$ 的半径为 $r(r>0)$, 若点 P' 在射线 OP 上, 满足 $OP' \cdot OP = r^2$, 则称点 P' 是点 P 关于 $\odot O$ 的“反演点”, 如图 2, $\odot O$ 的半径为 4, 点 B 在 $\odot O$ 上, $\angle BOA=60^\circ$, $OA=8$, 若点 A', B' 分别是点 A, B 关于 $\odot O$ 的反演点, 求 $A'B'$ 的长.



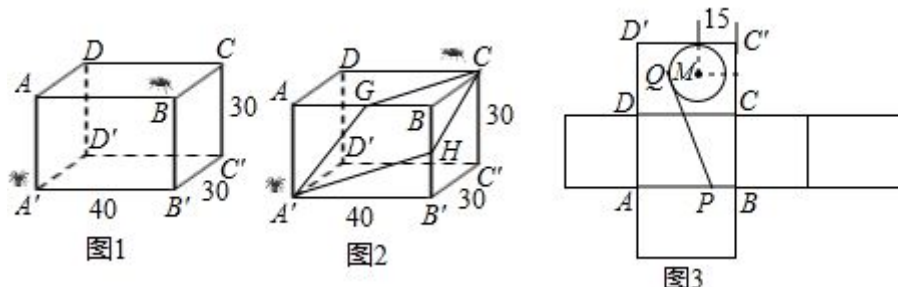
2. (2015 年浙江湖州 8 分) 如图, 已知 BC 是 $\odot O$ 的直径, AC 切 $\odot O$ 于点 C , AB 交 $\odot O$ 于点 D , E 为 AC 的中点, 连结 DE .

- (1) 若 $AD=DB$, $OC=5$, 求切线 AC 的长;
- (2) 求证: ED 是 $\odot O$ 的切线.



3. (2015 年浙江金华 10 分) 图 1, 图 2 为同一长方体房间的示意图, 图 2 为该长方体的表面展开图. (1) 蜘蛛在顶点 A' 处①苍蝇在顶点 B 处时, 试在图 1 中画出蜘蛛为捉住苍蝇, 沿墙面爬行的最近路线; ②苍蝇在顶点 C 处时, 图 2 中画出了蜘蛛捉住苍蝇的两条路线, 往天花板 $ABCD$ 爬行的最近路线 $A'GC$ 和往墙面 $BB'C'C$ 爬行的最近路线 $A'HC$, 试通过计算判断哪条路线更近?

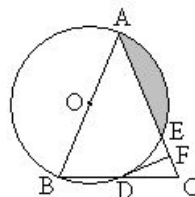
(2) 在图 3 中, 半径为 10dm 的 $\odot M$ 与 $D'C'$ 相切, 圆心 M 到边 CC' 的距离为 15dm , 蜘蛛 P 在线段 AB 上, 苍蝇 Q 在 $\odot M$ 的圆周上, 线段 PQ 为蜘蛛爬行路线. 若 PQ 与 $\odot M$ 相切, 试求 PQ 的长度的范围.



4. (2015 年浙江丽水 8 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别与 BC , AC 交于点 D , E , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线 DF , 交 AC 于点 F .

- (1) 求证: $DF \perp AC$;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 4, $\angle CDF=22.5^\circ$, 求阴影部分的面积.

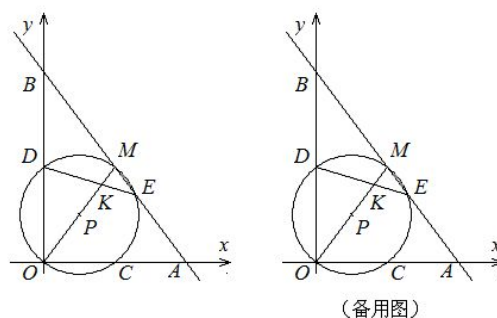


5. (2015 年浙江宁波 14 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 M 是第一象限内一点, 过 M 的直线分别交 x 轴, y 轴的正半轴于 A, B 两点, 且 M 是 AB 的中点. 以 OM 为直径的 $\odot P$ 分别交 x 轴, y 轴于 C, D 两点, 交直线 AB 于点 E (位于点 M 右下方), 连结 DE 交 OM 于点 K .

(1) 若点 M 的坐标为 $(3, 4)$, ①求 A, B 两点的坐标; ②求 ME 的长;

(2) 若 $\frac{OK}{MK} = 3$, 求 $\angle OBA$ 的度数;

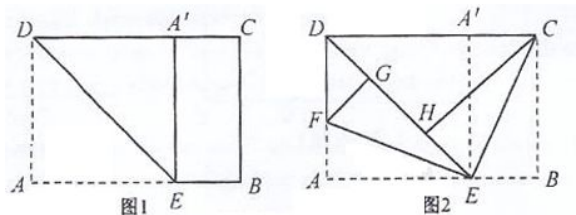
(3) 设 $\tan \angle OBA = x$ ($0 < x < 1$), $\frac{OK}{MK} = y$, 直接写出 y 关于 x 的函数解析式.



6. (2015 年浙江衢州 8 分) 如图 1, 将矩形 $ABCD$ 沿 DE 折叠, 使顶点 A 落在 DC 上的点 A' 处, 然后将矩形展平, 沿 EF 折叠, 使顶点 A 落在折痕 DE 上的点 G 处, 再将矩形 $ABCD$ 沿 CE 折叠, 此时顶点 B 恰好落在 DE 上的点 H 处, 如图 2.

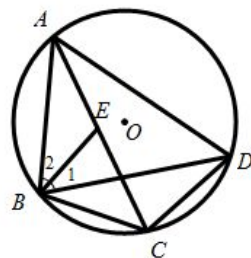
(1) 求证: $EG = CH$;

(2) 已知 $AF = \sqrt{2}$, 求 AD 和 AB 的长.



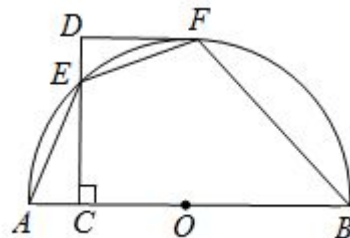
7. (2015 年浙江台州 12 分) 如图, 四边形 ABCD 内接于 $\odot O$, 点 E 在对角线 AC 上, $EC=BC=DC$.

- (1) 若 $\angle CBD=39^\circ$, 求 $\angle BAD$ 的度数;
- (2) 求证: $\angle 1=\angle 2$.



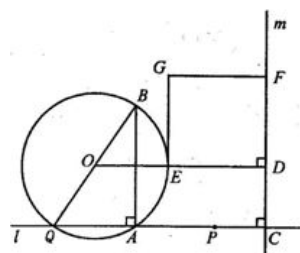
8. (2015 年浙江温州 10 分) 如图, AB 是半圆 O 的直径, $CD \perp AB$ 于点 C, 交半圆于点 E, DF 切半圆于点 F. 已知 $\angle AEF=135^\circ$.

- (1) 求证: $DF \parallel AB$;
- (2) 若 $OC=CE$, $BF=2\sqrt{2}$, 求 DE 的长.



9. (2015 年浙江温州 14 分) 如图, 点 A 和动点 P 在直线 l 上, 点 P 关于点 A 的对称点为 Q, 以 AQ 为边作 $Rt\triangle ABQ$, 使 $\angle BAQ=90^\circ$, $AQ:AB=3:4$, 作 $\triangle ABQ$ 的外接圆 O. 点 C 在点 P 右侧, $PC=4$, 过点 C 作直线 $m \perp l$, 过点 O 作 $OD \perp m$ 于点 D, 交 AB 右侧的圆弧于点 E. 在射线 CD 上取点 F, 使 $DF=\frac{3}{2}CD$, 以 DE, DF 为邻边作矩形 DEGF, 设 $AQ=3x$

- (1) 用关于 x 的代数式表示 BQ, DF;
- (2) 当点 P 在点 A 右侧时, 若矩形 DEGF 的面积等于 90, 求 AP 的长;
- (3) 在点 P 的整个运动过程中,
 - ① 当 AP 为何值时, 矩形 DEGF 是正方形?
 - ② 作直线 BG 交 $\odot O$ 于另一点 N, 若 BN 的弦心距为 1, 求 AP 的长 (直接写出答案)

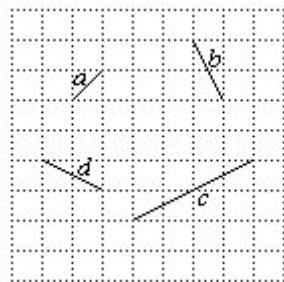


专题 13: 动态几何问题



一. 选择题

1. (2015 年浙江丽水 3 分) 如图, 在方格纸中, 线段 a , b , c , d 的端点在格点上, 通过平移其中两条线段, 使得和第三条线段首尾相接组成三角形, 则能组成三角形的不同平移方法有【 】



- A. 3 种 B. 6 种 C. 8 种 D. 12 种
2. (2015 年浙江绍兴 4 分) 如果一种变换是将抛物线向右平移 2 个单位或向上平移 1 个单位, 我们把这种变换称为抛物线的简单变换. 已知抛物线经过两次简单变换后的一条抛物线是 $y = x^2 + 1$, 则原抛物线的解析式不可能的是【 】

- A. $y = x^2 - 1$ B. $y = x^2 + 6x + 5$
- C. $y = x^2 + 4x + 4$ D. $y = x^2 + 8x + 17$

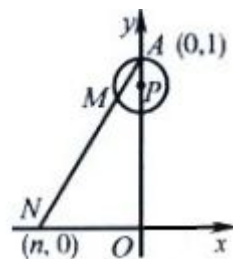


二. 填空题

1. (2015 年浙江嘉兴 5 分) 如图, 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, 1)$, 点 P 在线段 OA 上, 以 AP 为半径的 $\odot P$ 周长为 1. 点 M 从 A 开始沿 $\odot P$ 按逆时针方向转动, 射线 AM 交 x 轴于点 $N(n, 0)$. 设点 M 转过的路程为 m ($0 < m < 1$).

(1) 当 $m = \frac{1}{4}$ 时, $n =$ ▲;

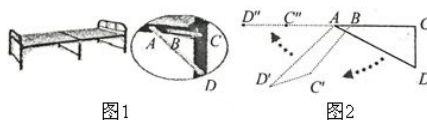
(2) 随着点 M 的转动, 当 m 从 $\frac{1}{3}$ 变化到 $\frac{2}{3}$ 时, 点 N 相应移动的路径长为 ▲



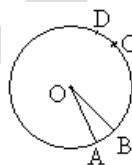
2. (2015 年浙江金华 4 分) 图 1 是一张可以折叠的小床展开后支撑起来放在地面的示意图, 此时, 点 A, B, C 在同一直线上, 且 $\angle ACD = 90^\circ$. 图 2 是小床支撑脚 CD 折叠的示意图, 在折叠过程中, $\triangle ACD$ 变形为四边形 $ABC'D'$, 最后折叠形成一条线段 BD'' .

(1) 小床这样设计应用的数学原理是_____▲_____

(2) 若 $AB:BC=1:4$, 则 $\tan \angle CAD$ 的值是_____▲_____



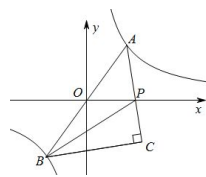
3. (2015 年浙江丽水 4 分) 如图, 圆心角 $\angle AOB = 20^\circ$, 将 AB 旋转 n° 得到 CD , 则 CD 的度数是_____▲_____度



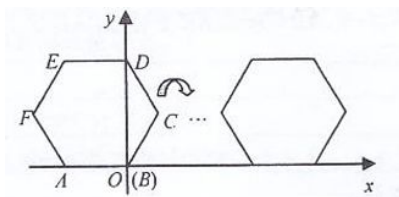
4. (2015 年浙江丽水 4 分) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1, -2\sqrt{2})$, 点 A 是该图象第一象限分支上的动点, 连结 AO 并延长交另一支于点 B, 以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC, 顶点 C 在第四象限, AC 与 x 轴交于点 P, 连结 BP.

(1) k 的值为_____▲_____.

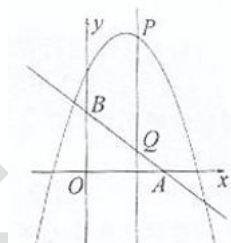
(2) 在点 A 运动过程中, 当 BP 平分 $\angle ABC$ 时, 点 C 的坐标是_____▲_____.



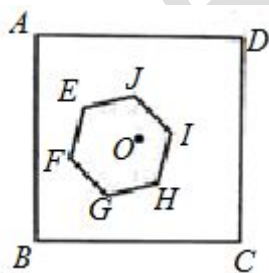
5. (2015 年浙江衢州 4 分) 已知, 正六边形 $ABCDEF$ 在直角坐标系的位置如图所示, $A(-2, 0)$, 点 B 在原点, 把正六边形 $ABCDEF$ 沿 x 轴正半轴作无滑动的连续翻转, 每次翻转 60° , 经过 2015 次翻转之后, 点 B 的坐标是_____▲_____.



6. (2015 年浙江衢州 4 分) 如图, 已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 A 、 B , P 是抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 5$ 上的一个动点, 其横坐标为 a , 过点 P 且平行于 y 轴的直线交直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 于点 Q , 则当 $PQ = BQ$ 时, a 的值是 ▲ .

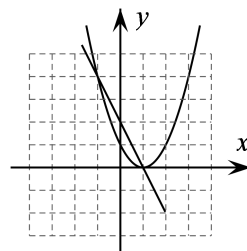


7. (2015 年浙江台州 5 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 中心为点 O , 有一边长大小不定的正六边形 $EFGHIJ$ 绕点 O 可任意旋转, 在旋转过程中, 这个正六边形始终在正方形 $ABCD$ 内 (包括正方形的边), 当这个六边形的边长最大时, AE 的最小值为 ▲ .



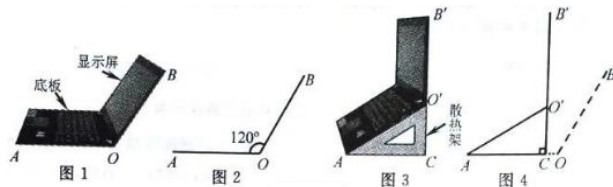
三. 解答题

1. (2015 年浙江杭州 10 分) 设函数 $y = (x-1)[(k-1)x + (k-3)]$ (k 是常数)
- (1) 当 k 取 1 和 2 时的函数 y_1 和 y_2 的图象如图所示, 请你在同一直角坐标系中画出当 k 取 0 时函数的图象;
 - (2) 根据图象, 写出你发现的一条结论;
 - (3) 将函数 y_2 的图象向左平移 4 个单位, 再向下平移 2 个单位, 得到函数 y_3 的图象, 求函数 y_3 的最小值.



2. (2015 年浙江嘉兴 12 分) 小红将笔记本电脑水平放置在桌子上, 显示屏 OB 与底板 OA 所在的水平线的夹角为 120° 时, 感觉最舒适 (如图 1), 侧面示意图为图 2; 使用时为了散热, 她在底板下垫入散热架 ACO' 后, 电脑转到 $AO'B'$ 位置 (如图 3), 侧面示意图为图 4. 已知 $OA=OB=24\text{cm}$, $O'C \perp OA$ 于点 C ,

$O'C=12\text{cm}$.



(1) 求 $\angle CAO'$ 的度数;

(2) 显示屏的顶部 B' 比原来升高了多少?

(3) 如图 4, 垫入散热架后, 要使显示屏 $O'B'$ 与水平线的夹角仍保持 120° , 则显示屏 $O'B'$ 应绕点 O' 按顺时针方向旋转多少度?

3. (2015 年浙江湖州 10 分) 问题背景: 已知在 $\triangle ABC$ 中, AB 边上的动点 D 由 A 向 B 运动 (与 A, B 不重合), 点 E 与点 D 同时出发, 由点 C 沿 BC 的延长线方向运动 (E 不与 C 重合), 连结 DE 交 AC 于点 F , 点 H 是线段 AF 上一点

(1) 初步尝试: 如图 1, 若 $\triangle ABC$ 是等边三角形, $DH \perp AC$, 且点 D, E 的运动速度相等,

求证: $HF=AH+CF$

小王同学发现可以由以下两种思路解决此问题:

思路一: 过点 D 作 $DG \parallel BC$, 交 AC 于点 G , 先证 $GH=AH$, 再证 $GF=CF$, 从而证得结论成立;

思路二: 过点 E 作 $EM \perp AC$, 交 AC 的延长线于点 M , 先证 $CM=AH$, 再证 $HF=MF$, 从而证得结论成立.

请你任选一种思路, 完整地书写本小题的证明过程 (如用两种方法作答, 则以第一种方法评分)

(2) 类比探究: 如图 2, 若在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $\angle ADH=\angle BAC=30^\circ$, 且点 D, E 的

运动速度之比是 $\sqrt{3}:1$, 求 $\frac{AC}{HF}$ 的值;

(3) **延伸拓展:** 如图 3, 若在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle ADH=\angle BAC=36^\circ$, 记 $\frac{BC}{AB}=m$, 且点

D 、 E 的运动速度相等, 试用含 m 的代数式表示 $\frac{AC}{HF}$ (直接写出结果, 不必写解答过程).

4. (2015 年浙江湖州 12 分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点, 线段 AB 的两个端点 $A(0, 2)$, $B(1, 0)$ 分别在 y 轴和 x 轴的正半轴上, 点 C 为线段 AB 的中点, 现将线段 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转

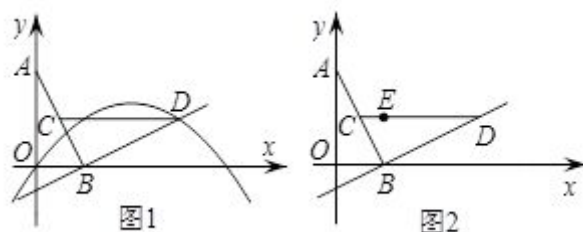
90° 得到线段 BD , 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 经过点 D .

(1) 如图 1, 若该抛物线经过原点 O , 且 $a=-\frac{1}{3}$.

①求点 D 的坐标及该抛物线的解析式;

②连结 CD , 问: 在抛物线上是否存在点 P , 使得 $\angle POB$ 与 $\angle BCD$ 互余? 若存在, 请求出所有满足条件的点 P 的坐标, 若不存在, 请说明理由;

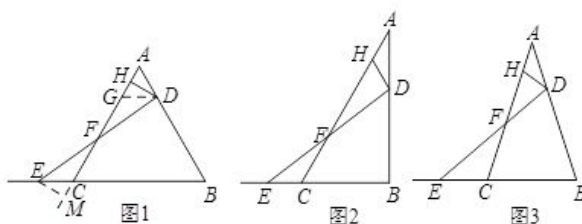
(2) 如图 2, 若该抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 经过点 $E(1, 1)$, 点 Q 在抛物线上, 且满足 $\angle QOB$ 与 $\angle BCD$ 互余, 若符合条件的 Q 点的个数是 4 个, 请直接写出 a 的取值范围.

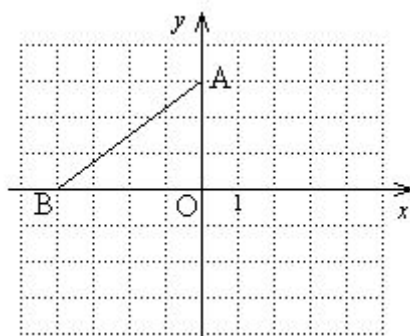


5. (2015 年浙江金华 6 分) 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是 $(0, 3)$, 点 B 在 x 轴上, 将 $\triangle AOB$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle AEF$, 点 O , B 对应点分别是 E , F .

(1) 若点 B 的坐标是 $(-4, 0)$, 请在图中画出 $\triangle AEF$, 并写出点 E , F 的坐标;

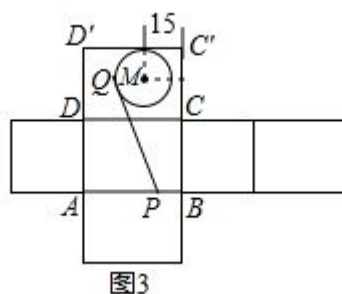
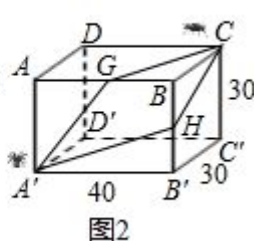
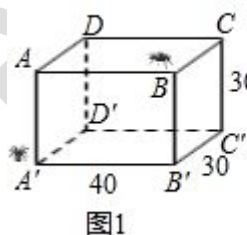
(2) 当点 F 落在 x 轴上方时, 试写出一个符合条件的点 B 的坐标.





6. (2015 年浙江金华 10 分) 图 1, 图 2 为同一长方体房间的示意图, 图 2 为该长方体的表面展开图. (1) 蜘蛛在顶点 A' 处①苍蝇在顶点 B 处时, 试在图 1 中画出蜘蛛为捉住苍蝇, 沿墙面爬行的最近路线; ②苍蝇在顶点 C 处时, 图 2 中画出了蜘蛛捉住苍蝇的两条路线, 往天花板 $ABCD$ 爬行的最近路线 $A'GC$ 和往墙面 $BB'C'C$ 爬行的最近路线 $A'HC$, 试通过计算判断哪条路线更近?

(2) 在图 3 中, 半径为 10dm 的 $\odot M$ 与 $D'C'$ 相切, 圆心 M 到边 CC' 的距离为 15dm , 蜘蛛 P 在线段 AB 上, 苍蝇 Q 在 $\odot M$ 的圆周上, 线段 PQ 为蜘蛛爬行路线. 若 PQ 与 $\odot M$ 相切, 试求 PQ 的长度的范围.



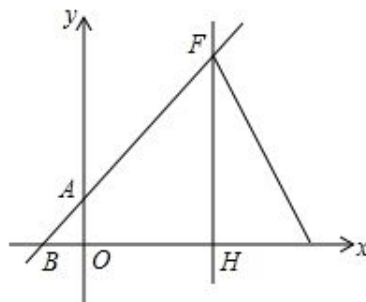
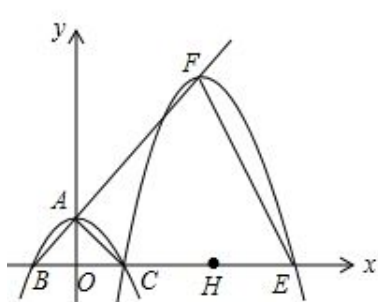
7. (2015 年浙江金华 12 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + c (a \neq 0)$ 与 y 轴交于点 A , 与 x 轴交于点 B, C 两点 (点 C 在 x 轴正半轴上), $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且面积为 4. 现将抛物线沿 BA 方向平移, 平移后的抛物线经过点 C 时, 与 x 轴的另一交点为 E , 其顶点为 F , 对

称轴与 x 轴的交点为 H .

(1) 求 a , c 的值;

(2) 连结 OF , 试判断 $\triangle OEF$ 是否为等腰三角形, 并说明理由;

(3) 现将一足够大的三角板的直角顶点 Q 放在射线 AF 或射线 HF 上, 一直角边始终过点 E , 另一直角边与 y 轴相交于点 P , 是否存在这样的点 Q , 使以点 P, Q, E 为顶点的三角形与 $\triangle POE$ 全等? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



备用图

8. (2015 年浙江宁波 10 分) 已知抛物线 $y = (x - m)^2 - (x - m)$, 其中 m 是常数

(1) 求证: 不论 m 为何值, 该抛物线与 x 轴一定有两个公共点;

(2) 若该抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{5}{2}$,

①求该抛物线的函数解析式;

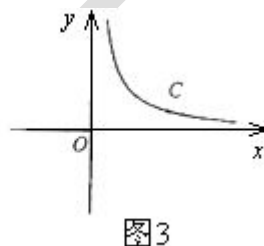
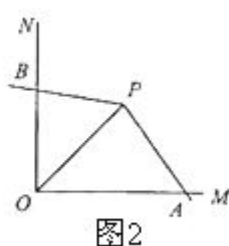
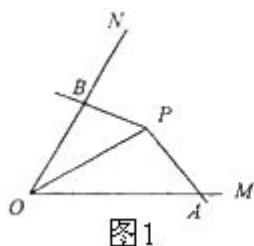
②把该抛物线沿 y 轴向上平移多少个单位长度后, 得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点?

9. (2015 年浙江宁波 12 分) 如图 1, 点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点, 以 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM, ON 交于 A, B 两点, 如果 $\angle APB$ 绕点 P 旋转时始终满足 $OA \cdot OB = OP^2$, 我们就把 $\angle APB$ 叫做 $\angle MON$ 的智慧角.

(1) 如图 2, 已知 $\angle MON=90^\circ$, 点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点, 以点 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM , ON 交于 A , B 两点, 且 $\angle APB=135^\circ$. 求证: $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角;

(2) 如图 1, 已知 $\angle MON=\alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), $OP=2$, 若 $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角, 连结 AB , 用含 α 的式子分别表示 $\angle APB$ 的度数和 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 如图 3, C 是函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 图象上的一个动点, 过点 C 的直线 CD 分别交 x 轴和 y 轴于点 A , B 两点, 且满足 $BC=2CA$, 请求出 $\angle AOB$ 的智慧角 $\angle APB$ 的顶点 P 的坐标.

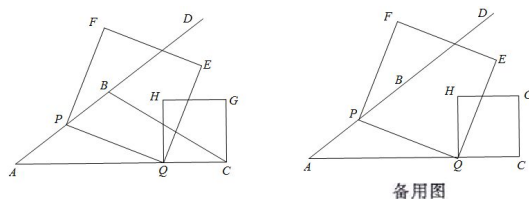


10. (2015 年浙江衢州 12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $AC=9$, $S_{\triangle ABC} = \frac{27}{2}$, 动点 P 从 A 点出发, 沿射线 AB 方向以每秒 5 个单位的速度运动, 动点 Q 从 C 点出发, 以相同的速度在线段 AC 上由 C 向 A 运动, 当 Q 点运动到 A 点时, P 、 Q 两点同时停止运动. 以 PQ 为边作正方形 $PQEF$ (P 、 Q 、 E 、 F 按逆时针排序), 以 CQ 为边在 AC 上方作正方形 $QCGH$.

(1) 求 $\tan A$ 的值;

(2) 设点 P 运动时间为 t , 正方形 $PQEF$ 的面积为 S , 请探究 S 是否存在最小值? 若存在, 求出这个最小值, 若不存在, 请说明理由;

(3) 当 t 为何值时, 正方形 $PQEF$ 的某个顶点 (Q 点除外) 落在正方形 $QCGH$ 的边上, 请直接写出 t 的值.



11. (2015 年浙江温州 14 分) 如图, 点 A 和动点 P 在直线 l 上, 点 P 关于点 A 的对称点为

Q, 以 AQ 为边作 $Rt\triangle ABQ$, 使 $\angle BAQ=90^\circ$, $AQ:AB=3:4$, 作 $\triangle ABQ$ 的外接圆 O. 点 C 在点

P 右侧, $PC=4$, 过点 C 作直线 $m \perp l$, 过点 O 作 $OD \perp m$ 于点 D, 交 AB 右侧的圆弧于点 E。

在射线 CD 上取点 F, 使 $DF=\frac{3}{2}CD$, 以 DE, DF 为邻边作矩形 DEGF, 设 $AQ=3x$

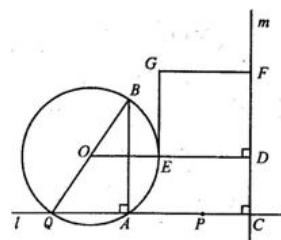
(1) 用关于 x 的代数式表示 BQ, DF;

(2) 当点 P 在点 A 右侧时, 若矩形 DEGF 的面积等于 90, 求 AP 的长;

(3) 在点 P 的整个运动过程中,

① 当 AP 为何值时, 矩形 DEGF 是正方形?

② 作直线 BG 交 $\odot O$ 于另一点 N, 若 BN 的弦心距为 1, 求 AP 的长 (直接写出答案)



专题 14：几何三大变换问题

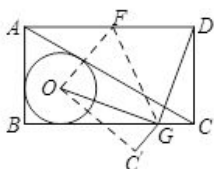


一. 选择题

1. (2015 年浙江杭州 3 分) 下列图形是中心对称图形的是【 】



2. (2015 年浙江湖州 3 分) 如图, AC 是矩形 $ABCD$ 的对角线, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, 现将矩形 $ABCD$ 按如图所示的方式折叠, 使点 D 与点 O 重合, 折痕为 FG , 点 F, G 分别在 AD, BC 上, 连结 OG, DG , 若 $OG \perp DG$, 且 $\odot O$ 的半径长为 1, 则下列结论不成立的是【 】



A. $CD + DF = 4$ B. $CD - DF = 2\sqrt{3} - 3$ C. $BC + AB = 2\sqrt{3} + 4$ D. $BC - AB = 2$

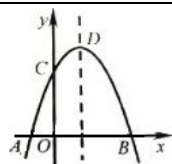
3. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 下列四个图形分别是四届国际数学家大会的会标:



其中属于中心对称图形的有【 】

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ 交 x 轴于点 $A(a, 0)$ 和 $B(b, 0)$, 交 y 轴于点 C , 抛物线的顶点为 D . 下列四个命题: ①当 $x > 0$ 时, $y > 0$; ②若 $a = -1$, 则 $b = 4$; ③抛物线上有两点 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$, 若 $x_1 < 1 < x_2$, 且 $x_1 + x_2 > 2$, 则 $y_1 > y_2$; ④点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 E , 点 G, F 分别在 x 轴和 y 轴上, 当 $m = 2$ 时, 四边形 $EDFG$ 周长的最小值为 $6\sqrt{2}$. 其中真命题的序号是【 】



- A. ① B. ② C. ③ D. ④

5. (2015 年浙江金华 3 分) 以下四种沿 AB 折叠的方法中, 不一定能判定纸带两条边线 a, b 互相平行的是【 】

- A. 如图 1, 展开后, 测得 $\angle 1 = \angle 2$
 B. 如图 2, 展开后, 测得 $\angle 1 = \angle 2$, 且 $\angle 3 = \angle 4$
 C. 如图 3, 测得 $\angle 1 = \angle 2$
 D. 如图 4, 展开后, 再沿 CD 折叠, 两条折痕的交点为 O, 测得 $OA = OB$, $OC = OD$

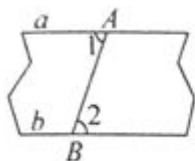


图 1

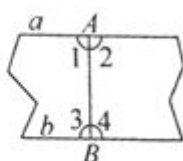


图 2

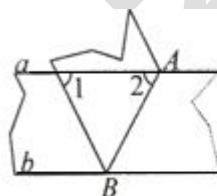


图 3

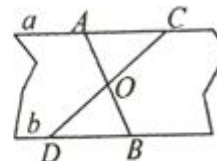
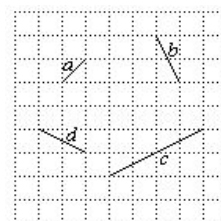


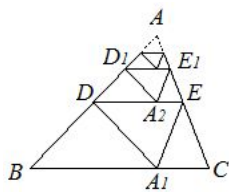
图 4

6. (2015 年浙江丽水 3 分) 如图, 在方格纸中, 线段 a, b, c, d 的端点在格点上, 通过平移其中两条线段, 使得和第三条线段首尾相接组成三角形, 则能组成三角形的不同平移方法有【 】



- A. 3 种 B. 6 种 C. 8 种 D. 12 种

7. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿着过 AB 中点 D 的直线折叠, 使点 A 落在 BC 边上的 A_1 处, 称为第 1 次操作, 折痕 DE 到 BC 的距离记为 h_1 ; 还原纸片后, 再将 $\triangle ADE$ 沿着过 AD 中点 D_1 的直线折叠, 使点 A 落在 DE 边上的 A_2 处, 称为第 2 次操作, 折痕 D_1E_1 到 BC 的距离记为 h_2 ; 按上述方法不断操作下去, 经过第 2015 次操作后得到的折痕 $D_{2014}E_{2014}$ 到 BC 的距离记为 h_{2015} , 若 $h_1 = 1$, 则 h_{2015} 的值为【 】



- A. $\frac{1}{2^{2015}}$ B. $\frac{1}{2^{2014}}$ C. $1 - \frac{1}{2^{2015}}$ D. $2 - \frac{1}{2^{2014}}$

8. (2015 年浙江绍兴 4 分) 如果一种变换是将抛物线向右平移 2 个单位或向上平移 1 个单位, 我们把这种变换称为抛物线的简单变换. 已知抛物线经过两次简单变换后的一条抛物线是 $y = x^2 + 1$, 则原抛物线的解析式不可能的是【 】

- A. $y = x^2 - 1$ B. $y = x^2 + 6x + 5$
C. $y = x^2 + 4x + 4$ D. $y = x^2 + 8x + 17$

9. (2015 年浙江台州 4 分) 如果将长为 6cm, 宽为 5cm 的长方形纸片折叠一次, 那么这条折痕的长不可能是【 】

- A. 8cm B. $5\sqrt{2}$ cm C. 5.5cm D. 1cm

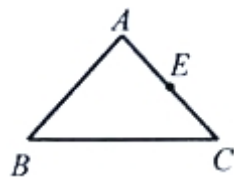
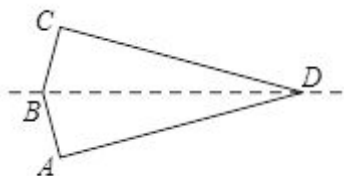
10. (2015 年浙江温州 4 分) 下列选项中的图形, 不属于中心对称图形的是【 】

- A. 等边三角形 B. 正方形 C. 正六边形 D. 圆



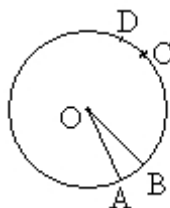
二. 填空题

1. (2015 年浙江杭州 4 分) 如图, 在四边形纸片 $ABCD$ 中, $AB=BC$, $AD=CD$, $\angle A=\angle C=90^\circ$, $\angle B=150^\circ$, 将纸片先沿直线 BD 对折, 再将对折后的图形沿从一个顶点出发的直线裁剪, 剪开后的图形打开铺平, 若铺平后的图形中有一个是面积为 2 的平行四边形, 则 $CD=$ ▲

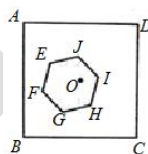


2. (2015 年浙江嘉兴 5 分) 如图, 一张三角形纸片 ABC , $AB=AC=5$. 折叠该纸片, 使点 A 落在 BC 的中点上, 折痕经过 AC 上的点 E , 则 AE 的长为 ▲

3. (2015 年浙江丽水 4 分) 如图, 圆心角 $\angle AOB=20^\circ$, 将 AB 旋转 n° 得到 CD , 则 CD 的度数是 ▲ 度



4. (2015 年浙江台州 5 分) 如图, 正方形 ABCD 的边长为 1, 中心为点 O, 有一边长大小不定的正六边形 EFGHIJ 绕点 O 可任意旋转, 在旋转过程中, 这个正六边形始终在正方形 ABCD 内 (包括正方形的边), 当这个六边形的边长最大时, AE 的最小值为 ▲



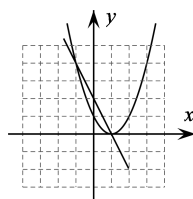
三. 解答题

1. (2015 年浙江杭州 10 分) 设函数 $y = (x-1)[(k-1)x + (k-3)]$ (k 是常数)

(1) 当 k 取 1 和 2 时的函数 y_1 和 y_2 的图象如图所示, 请你在同一直角坐标系中画出当 k 取 0 时函数的图象;

(2) 根据图象, 写出你发现的一条结论;

(3) 将函数 y_2 的图象向左平移 4 个单位, 再向下平移 2 个单位, 得到函数 y_3 的图象, 求函数 y_3 的最小值.



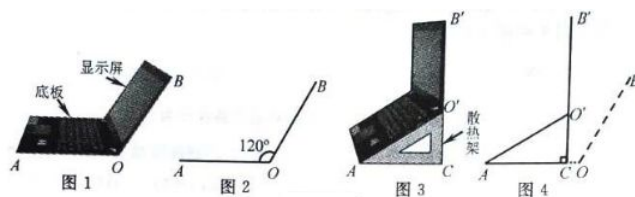
2. (2015 年浙江嘉兴 12 分) 小红将笔记本电脑水平放置在桌子上, 显示屏 OB 与底板 OA 所在的水平线的夹角为 120° 时, 感觉最舒适 (如图 1), 侧面示意图为图 2; 使用时为了散热, 她在底板下垫入散热架 ACO' 后, 电脑转到 AO'B' 位置 (如图 3), 侧面示意图为图 4. 已知 $OA=OB=24\text{cm}$, $O'C \perp OA$ 于点 C, $O'C=12\text{cm}$.

(1) 求 $\angle CAO'$ 的度数;

(2) 显示屏的顶部 B' 比原来升高了多少?

(3) 如图 4, 垫入散热架后, 要使显示屏 O'B' 与水平线的夹角仍保持 120° , 则显示屏 O'B'

应绕点 O' 按顺时针方向旋转多少度？



3. (2015 年浙江嘉兴 14 分) 类比等腰三角形的定义, 我们定义: 有一组邻边相等的凸四边形叫做“等邻边四边形”.

(1) 概念理解:

如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, 添加一个条件, 使得四边形 $ABCD$ 是“等邻边四边形”, 请写出你添加的一个条件;

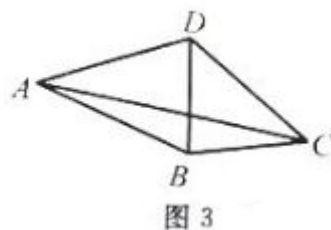
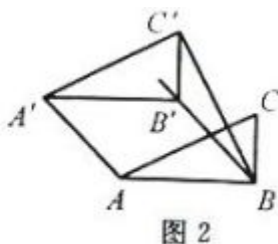
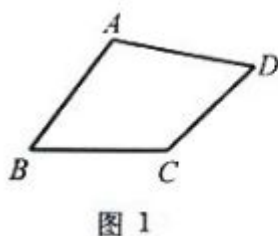
(2) 问题探究:

①小红猜想: 对角线互相平分的“等邻边四边形”是菱形, 她的猜想正确吗? 请说明理由;

②如图 2, 小红画了一个 $Rt\triangle ABC$, 其中 $\angle ABC=90^\circ$, $AB=2$, $BC=1$, 并将 $Rt\triangle ABC$ 沿 $\angle B$ 的平分线 BB' 方向平移得到 $\triangle A'B'C'$, 连结 AA' , BC' . 小红要使平移后的四边形 $ABC'A'$ 是“等邻边四边形”, 应平移多少距离 (即线段 BB' 的长)?

(3) 应用拓展:

如图 3, “等邻边四边形” $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle BAD+\angle BCD=90^\circ$, AC , BD 为对角线, $AC=\sqrt{2}AB$. 试探究 BC , CD , BD 的数量关系.



4. (2015 年浙江湖州 12 分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点, 线段 AB 的两个端点 $A(0, 2)$, $B(1, 0)$ 分别在 y 轴和 x 轴的正半轴上, 点 C 为线段 AB 的中点, 现将线段 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转

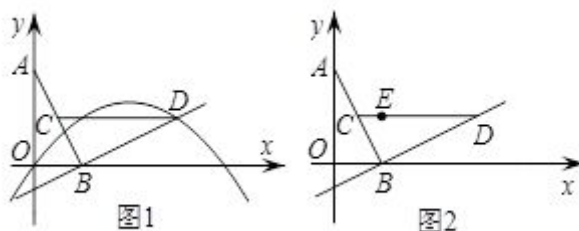
90° 得到线段 BD , 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 经过点 D .

(1) 如图 1, 若该抛物线经过原点 O , 且 $a = -\frac{1}{3}$.

①求点 D 的坐标及该抛物线的解析式;

②连结 CD , 问: 在抛物线上是否存在点 P , 使得 $\angle POB$ 与 $\angle BCD$ 互余? 若存在, 请求出所有满足条件的点 P 的坐标, 若不存在, 请说明理由;

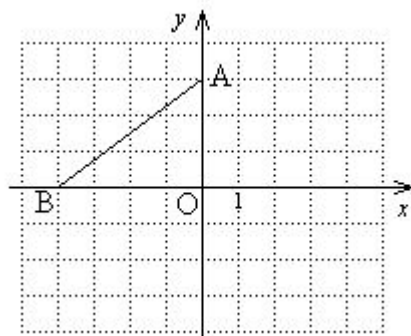
(2) 如图 2, 若该抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 经过点 $E(1, 1)$, 点 Q 在抛物线上, 且满足 $\angle QOB$ 与 $\angle BCD$ 互余, 若符合条件的 Q 点的个数是 4 个, 请直接写出 a 的取值范围.



5. (2015 年浙江金华 6 分) 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是 $(0, 3)$, 点 B 在 x 轴上, 将 $\triangle AOB$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle AEF$, 点 O , B 对应点分别是 E , F .

(1) 若点 B 的坐标是 $(-4, 0)$, 请在图中画出 $\triangle AEF$, 并写出点 E , F 的坐标;

(2) 当点 F 落在 x 轴上方时, 试写出一个符合条件的点 B 的坐标.

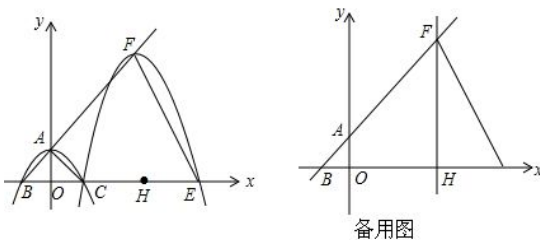


6. (2015 年浙江金华 12 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + c (a \neq 0)$ 与 y 轴交于点 A , 与 x 轴交于点 B, C 两点 (点 C 在 x 轴正半轴上), $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且面积为 4. 现将抛物线沿 BA 方向平移, 平移后的抛物线经过点 C 时, 与 x 轴的另一交点为 E , 其顶点为 F , 对称轴与 x 轴的交点为 H .

(1) 求 a, c 的值;

(2) 连结 OF , 试判断 $\triangle OEF$ 是否为等腰三角形, 并说明理由;

(3) 现将一足够大的三角板的直角顶点 Q 放在射线 AF 或射线 HF 上, 一直角边始终过点 E , 另一直角边与 y 轴相交于点 P , 是否存在这样的点 Q , 使以点 P, Q, E 为顶点的三角形与 $\triangle POE$ 全等? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



7. (2015 年浙江宁波 10 分) 已知抛物线 $y = (x - m)^2 - (x - m)$, 其中 m 是常数

(1) 求证: 不论 m 为何值, 该抛物线与 x 轴一定有两个公共点;

(2) 若该抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{5}{2}$,

①求该抛物线的函数解析式;

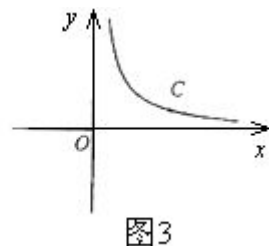
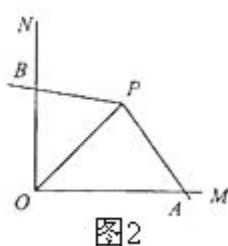
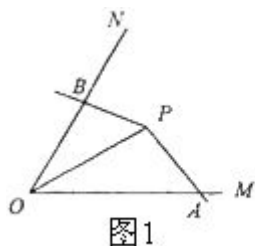
②把该抛物线沿 y 轴向上平移多少个单位长度后, 得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点?

8. (2015 年浙江宁波 12 分) 如图 1, 点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点, 以 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM, ON 交于 A, B 两点, 如果 $\angle APB$ 绕点 P 旋转时始终满足 $OA \cdot OB = OP^2$, 我们就把 $\angle APB$ 叫做 $\angle MON$ 的智慧角.

(1) 如图 2, 已知 $\angle MON = 90^\circ$, 点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点, 以点 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM, ON 交于 A, B 两点, 且 $\angle APB = 135^\circ$. 求证: $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角;

(2) 如图 1, 已知 $\angle MON = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), $OP = 2$, 若 $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角, 连结 AB , 用含 α 的式子分别表示 $\angle APB$ 的度数和 $\triangle AOB$ 的面积;

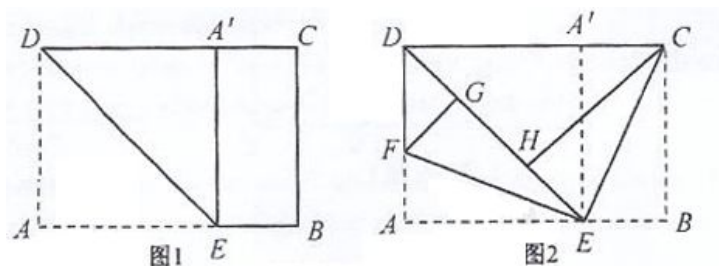
(3) 如图 3, C 是函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 图象上的一个动点, 过点 C 的直线 CD 分别交 x 轴和 y 轴于点 A, B 两点, 且满足 $BC = 2CA$, 请求出 $\angle AOB$ 的智慧角 $\angle APB$ 的顶点 P 的坐标.



9. (2015 年浙江衢州 8 分) 如图 1, 将矩形 $ABCD$ 沿 DE 折叠, 使顶点 A 落在 DC 上的点 A' 处, 然后将矩形展平, 沿 EF 折叠, 使顶点 A 落在折痕 DE 上的点 G 处, 再将矩形 $ABCD$ 沿 CE 折叠, 此时顶点 B 恰好落在 DE 上的点 H 处, 如图 2.

(1) 求证: $EG = CH$;

(2) 已知 $AF = \sqrt{2}$, 求 AD 和 AB 的长.



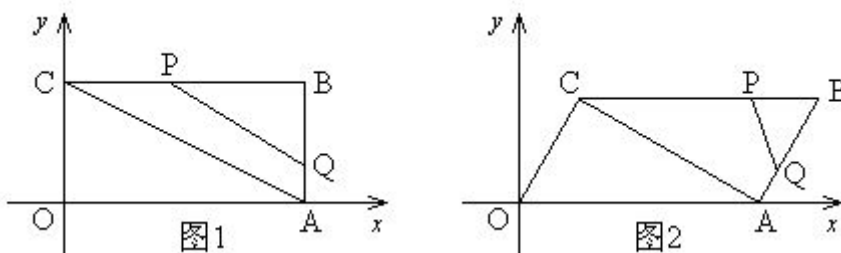
10. (2015 年浙江绍兴 14 分) 在平面直角坐标系中, O 为原点, 四边形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上, $OA=4$, $OC=2$, 点 P , 点 Q 分别是边 BC , 边 AB 上的点, 连结 AC , PQ , 点 B_1 是点 B 关于 PQ 的对称点.

(1) 若四边形 $OABC$ 为矩形, 如图 1,

①求点 B 的坐标;

②若 $BQ:BP=1:2$, 且点 B_1 落在 OA 上, 求点 B_1 的坐标;

(2) 若四边形 $OABC$ 为平行四边形, 如图 2, 且 $OC \perp AC$, 过点 B_1 作 $B_1F \parallel x$ 轴, 与对角线 AC 、边 OC 分别交于点 E 、点 F . 若 $B_1E:B_1F=1:3$, 点 B_1 的横坐标为 m , 求点 B_1 的纵坐标, 并直接写出 m 的取值范围.



11. (2015 年浙江温州 14 分) 如图, 点 A 和动点 P 在直线 l 上, 点 P 关于点 A 的对称点为

Q, 以 AQ 为边作 $Rt\triangle ABQ$, 使 $\angle BAQ=90^\circ$, $AQ:AB=3:4$, 作 $\triangle ABQ$ 的外接圆 O. 点 C 在点

P 右侧, $PC=4$, 过点 C 作直线 $m \perp l$, 过点 O 作 $OD \perp m$ 于点 D, 交 AB 右侧的圆弧于点 E.

在射线 CD 上取点 F, 使 $DF=\frac{3}{2}CD$, 以 DE, DF 为邻边作矩形 DEGF, 设 $AQ=3x$

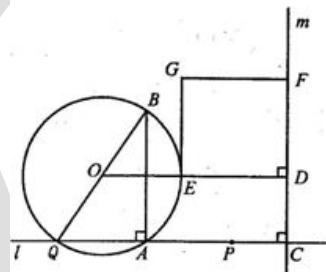
(1) 用关于 x 的代数式表示 BQ, DF;

(2) 当点 P 在点 A 右侧时, 若矩形 DEGF 的面积等于 90, 求 AP 的长;

(3) 在点 P 的整个运动过程中,

①当 AP 为何值时, 矩形 DEGF 是正方形?

②作直线 BG 交 $\odot O$ 于另一点 N, 若 BN 的弦心距为 1, 求 AP 的长 (直接写出答案)



专题 15: 探索型问题

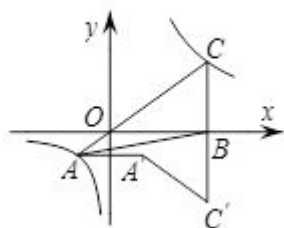


一. 选择题

1. (2015 年浙江杭州 3 分) 设二次函数 $y_1 = a(x - x_1)(x - x_2)$ ($a \neq 0, x_1 \neq x_2$) 的图象与一次函数 $y_2 = dx + e$ ($d \neq 0$) 的图象交于点 $(x_1, 0)$, 若函数 $y = y_2 + y_1$ 的图象与 x 轴仅有一个交点, 则【 】

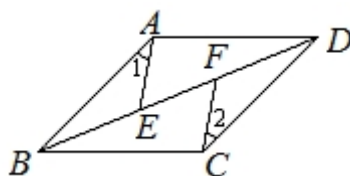
- A. $a(x_1 - x_2) = d$ B. $a(x_2 - x_1) = d$ C. $a(x_1 - x_2)^2 = d$ D. $a(x_1 + x_2)^2 = d$

2. (2015 年浙江湖州 3 分) 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 是坐标原点, 点 A 是函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x < 0$) 图象上一点, AO 的延长线交函数 $y = \frac{k^2}{x}$ ($x > 0, k$ 是不等于 0 的常数) 的图象于点 C , 点 A 关于 y 轴的对称点为 A' , 点 C 关于 x 轴的对称点为 C' , 连接 CC' , 交 x 轴于点 B , 连结 $AB, AA', A'C'$, 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 6, 则由线段 $AC, CC', C'A', A'A$ 所围成的图形的面积等于【 】



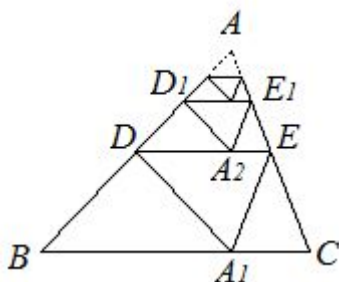
- A. 8 B. 10 C. $3\sqrt{10}$ D. $4\sqrt{6}$

3. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, $\square ABCD$ 中, E, F 是对角线 BD 上的两点, 如果添加一个条件, 使 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 则添加的条件不能为【 】



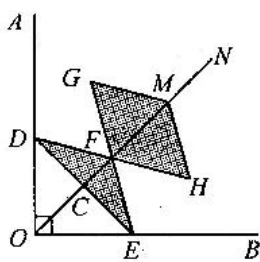
- A. $BE = DF$ B. $BF = DE$ C. $AE = CF$ D. $\angle 1 = \angle 2$

4. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿着过 AB 中点 D 的直线折叠, 使点 A 落在 BC 边上的 A_1 处, 称为第 1 次操作, 折痕 DE 到 BC 的距离记为 h_1 ; 还原纸片后, 再将 $\triangle ADE$ 沿着过 AD 中点 D_1 的直线折叠, 使点 A 落在 DE 边上的 A_2 处, 称为第 2 次操作, 折痕 D_1E_1 到 BC 的距离记为 h_2 ; 按上述方法不断操作下去, 经过第 2015 次操作后得到的折痕 $D_{2014}E_{2014}$ 到 BC 的距离记为 h_{2015} , 若 $h_1=1$, 则 h_{2015} 的值为【 】



- A. $\frac{1}{2^{2015}}$ B. $\frac{1}{2^{2014}}$ C. $1 - \frac{1}{2^{2015}}$ D. $2 - \frac{1}{2^{2014}}$

5. (2015 年浙江温州 4 分) 如图, 在 $\text{Rt}\angle AOB$ 的平分线 ON 上依次取点 C, F, M , 过点 C 作 $DE \perp OC$, 分别交 OA, OB 于点 D, E , 以 FM 为对角线作菱形 $FGMH$, 已知 $\angle DFE = \angle GFH = 120^\circ$, $FG = FE$. 设 $OC = x$, 图中阴影部分面积为 y , 则 y 与 x 之间的函数关系式是【 】



- A. $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ B. $y = \sqrt{3}x^2$ C. $y = 2\sqrt{3}x^2$ D. $y = 3\sqrt{3}x^2$

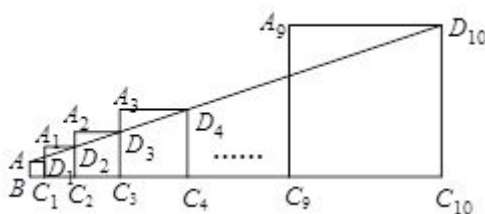


二. 填空题

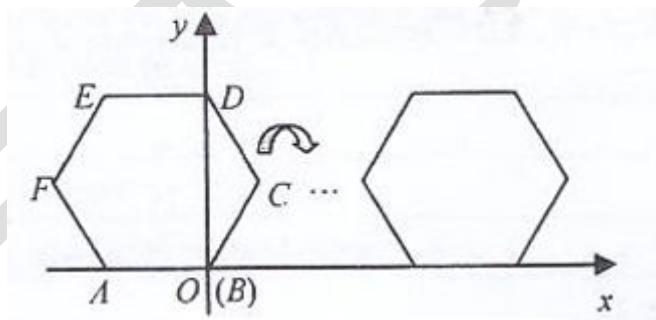
1. (2015 年浙江湖州 4 分) 已知正方形 ABC_1D_1 的边长为 1, 延长 C_1D_1 到 A_1 , 以 A_1C_1 为边向右作正方形 $A_1C_1C_2D_2$, 延长 C_2D_2 到 A_2 , 以 A_2C_2 为边向右作正方形 $A_2C_2C_3D_3$ (如图所示),

以此类推..., 若 $A_1C_1=2$, 且点 $A, D_2, D_3, \dots, D_{10}$ 都在同一直线上, 则正方形 $A_9C_9C_{10}D_{10}$

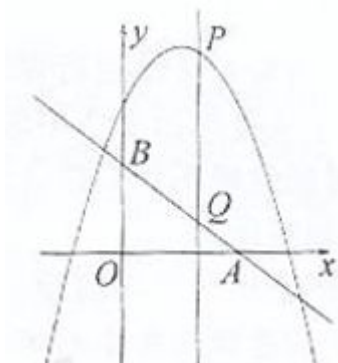
的边长是 ▲



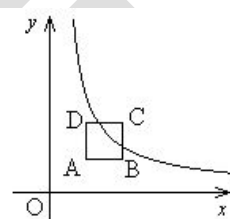
2. (2015 年浙江衢州 4 分) 已知, 正六边形 $ABCDEF$ 在直角坐标系的位置如图所示, $A(-2, 0)$, 点 B 在原点, 把正六边形 $ABCDEF$ 沿 x 轴正半轴作无滑动的连续翻转, 每次翻转 60° , 经过 2015 次翻转之后, 点 B 的坐标是 ▲ .



3. (2015 年浙江衢州 4 分) 如图, 已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 A 、 B , P 是抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 5$ 上的一个动点, 其横坐标为 a , 过点 P 且平行于 y 轴的直线交直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 于点 Q , 则当 $PQ = BQ$ 时, a 的值是 ▲ .



4. (2015 年浙江绍兴 5 分) 在平面直角坐标系的第一象限内, 边长为 1 的正方形 ABCD 的边均平行于坐标轴, A 点的坐标为 (a, a) . 如图, 若曲线 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 与此正方形的边有交点, 则 a 的取值范围是 ▲



5. (2015 年浙江台州 5 分) 关于 x 的方程 $mx^2 + x - m + 1 = 0$, 有以下三个结论: ①当 $m = 0$ 时, 方程只有一个实数解; ②当 $m \neq 0$ 时, 方程有两个不等的实数解; ③无论 m 取何值, 方程都有一个负数解, 其中正确的是 ▲ (填序号)



三. 解答题

1. (2015 年浙江嘉兴 14 分) 类比等腰三角形的定义, 我们定义: 有一组邻边相等的凸四边形叫做“等邻边四边形”.

(1) 概念理解:

如图 1, 在四边形 ABCD 中, 添加一个条件, 使得四边形 ABCD 是“等邻边四边形”, 请写出你添加的一个条件;

(2) 问题探究:

①小红猜想: 对角线互相平分的“等邻边四边形”是菱形, 她的猜想正确吗? 请说明理由;

②如图 2, 小红画了一个 $Rt\triangle ABC$, 其中 $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 2$, $BC = 1$, 并将 $Rt\triangle ABC$ 沿 $\angle B$ 的平分线 BB' 方向平移得到 $\triangle A'B'C'$, 连结 AA' , BC' . 小红要使平移后的四边形 $ABC'A'$ 是

“等邻边四边形”，应平移多少距离（即线段 BB' 的长）？

(3) 应用拓展：

如图 3，“等邻边四边形” $ABCD$ 中， $AB=AD$ ， $\angle BAD + \angle BCD = 90^\circ$ ， AC ， BD 为对角线，

$AC = \sqrt{2}AB$ ，试探究 BC ， CD ， BD 的数量关系.

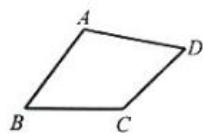


图 1

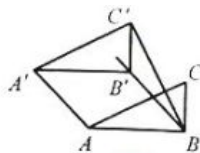


图 2

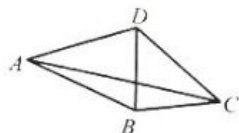


图 3

2. (2015 年浙江湖州 10 分) 问题背景：已知在 $\triangle ABC$ 中， AB 边上的动点 D 由 A 向 B 运动

(与 A ， B 不重合)，点 E 与点 D 同时出发，由点 C 沿 BC 的延长线方向运动(E 不与 C 重合)，

连结 DE 交 AC 于点 F ，点 H 是线段 AF 上一点

(1) 初步尝试：如图 1，若 $\triangle ABC$ 是等边三角形， $DH \perp AC$ ，且点 D ， E 的运动速度相等，

求证： $HF = AH + CF$

小王同学发现可以由以下两种思路解决此问题：

思路一：过点 D 作 $DG \parallel BC$ ，交 AC 于点 G ，先证 $GH = AH$ ，再证 $GF = CF$ ，从而证得结论成立；

思路二：过点 E 作 $EM \perp AC$ ，交 AC 的延长线于点 M ，先证 $CM = AH$ ，再证 $HF = MF$ ，从而证得结论成立.

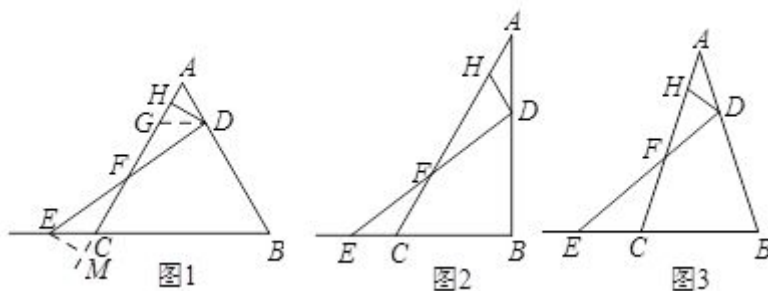
请你任选一种思路，完整地书写本小题的证明过程(如用两种方法作答，则以第一种方法评分)

(2) 类比探究：如图 2，若在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle ADH = \angle BAC = 30^\circ$ ，且点 D ， E 的

运动速度之比是 $\sqrt{3}:1$ ，求 $\frac{AC}{HF}$ 的值；

(3) 延伸拓展: 如图 3, 若在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle ADH=\angle BAC=36^\circ$, 记 $\frac{BC}{AB}=m$, 且点

D 、 E 的运动速度相等, 试用含 m 的代数式表示 $\frac{AC}{HF}$ (直接写出结果, 不必写解答过程).



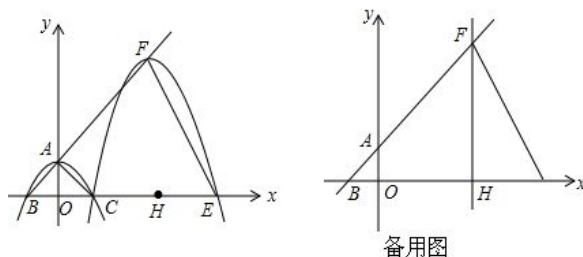
3. (2015 年浙江金华 12 分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+c$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 A , 与 x 轴交于点 B , C 两点 (点 C 在 x 轴正半轴上), $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且面积为 4. 现将抛物线沿 BA 方向平移, 平移后的抛物线经过点 C 时, 与 x 轴的另一交点为 E , 其顶点为 F , 对称轴与 x 轴的交点为 H .

(1) 求 a , c 的值;

(2) 连结 OF , 试判断 $\triangle OEF$ 是否为等腰三角形, 并说明理由;

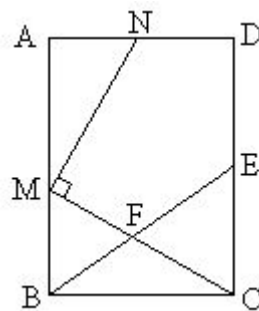
(3) 现将一足够大的三角板的直角顶点 Q 放在射线 AF 或射线 HF 上, 一直角边始终过点 E , 另一直角边与 y 轴相交于点 P , 是否存在这样的点 Q , 使以点 P , Q , E 为顶点的三角形与

$\triangle POE$ 全等? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



4. (2015 年浙江丽水 10 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 为 CD 的中点, F 为 BE 上的一点, 连结 CF 并延长交 AB 于点 M , $MN \perp CM$ 交射线 AD 于点 N .

- (1) 当 F 为 BE 中点时, 求证: $AM=CE$;
- (2) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{BF} = 2$, 求 $\frac{AN}{ND}$ 的值;
- (3) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{BF} = n$, 当 n 为何值时, $MN \parallel BE$?



5. (2015 年浙江丽水 12 分) 某乒乓球馆使用发球机进行辅助训练, 出球口在桌面中线端点 A 处的正上方, 假设每次发出的乒乓球的运动路线固定不变, 且落在中线上, 在乒乓球运行时, 设乒乓球与端点 A 的水平距离为 x (米), 与桌面的高度为 y (米), 运行时间为 t (秒), 经多次测试后, 得到如下部分数据:

t (秒)	0	0.16	0.2	0.4	0.6	0.64	0.8	...
x (米)	0	0.4	0.5	1	1.5	1.6	2	...
y (米)	0.25	0.378	0.4	0.45	0.4	0.378	0.25	...

(1) 当 t 为何值时, 乒乓球达到最大高度?

(2) 乒乓球落在桌面时, 与端点 A 的水平距离是多少?

(3) 乒乓球落在桌面上弹起后, y 与 x 满足 $y = a(x-3)^2 + k$

①用含 a 的代数式表示 k ;

②球网高度为 0.14 米, 球桌长 (1.4×2) 米, 若球弹起后, 恰好有唯一的击球点, 可以将球沿直线扣杀到点 A, 求 a 的值.



6. (2015 年浙江衢州 12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $AC = 9$, $S_{\triangle ABC} = \frac{27}{2}$, 动点 P

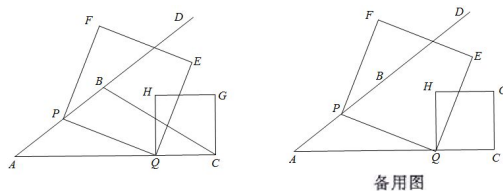
从 A 点出发, 沿射线 AB 方向以每秒 5 个单位的速度运动, 动点 Q 从 C 点出发, 以相同的速度在线段 AC 上由 C 向 A 运动, 当 Q 点运动到 A 点时, P 、 Q 两点同时停止运动. 以 PQ

为边作正方形 $PQEF$ (P 、 Q 、 E 、 F 按逆时针排序), 以 CQ 为边在 AC 上方作正方形 $QCGH$.

(1) 求 $\tan A$ 的值;

(2) 设点 P 运动时间为 t , 正方形 $PQEF$ 的面积为 S , 请探究 S 是否存在最小值? 若存在, 求出这个最小值, 若不存在, 请说明理由;

(3) 当 t 为何值时, 正方形 $PQEF$ 的某个顶点 (Q 点除外) 落在正方形 $QCGH$ 的边上, 请直接写出 t 的值.



7. (2015 年浙江台州 8 分) 图 1 中的摩天轮可抽象成一个圆, 圆上一点离地面的高度 y (m) 与旋转时间 x (min) 之间的关系如图 2 所示.

(1) 根据图 2 填表:

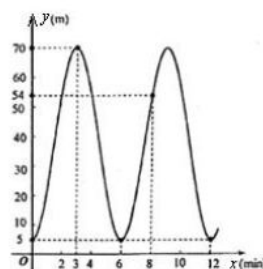
x (min)	0	3	6	8	12	...
y (m)						

(2) 变量 y 是 x 的函数吗? 为什么?

(3) 根据图中的信息, 请写出摩天轮的直径.



(图1)



(图2)

8. (2015 年浙江台州 14 分) 定义: 如图 1, 点 M, N 把线段 AB 分割成 AM, MN 和 BN , 若以 AM, MN, BN 为边的三角形是一个直角三角形, 则称点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点.

(1) 已知点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点, 若 $AM=2, MN=3$, 求 BN 的长;

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, FG 是中位线, 点 D, E 是线段 BC 的勾股分割点, 且 $EC > DE \geq BD$,

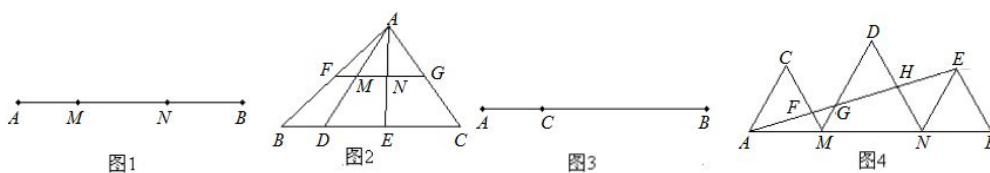
连接 AD, AE 分别交 FG 于点 M, N , 求证: 点 M, N 是线段 FG 的勾股分割点;

(3) 已知点 C 是线段 AB 上的一定点, 其位置如图 3 所示, 请在 BC 上画一点 D , 使 C, D 是线段 AB 的勾股分割点 (要求尺规作图, 保留作图痕迹, 画出一种情形即可);

(4) 如图 4, 已知点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点, $MN > AM \geq BN$, $\triangle AMC, \triangle MND$ 和 $\triangle NBM$

均是等边三角形, AE 分别交 CM, DM, DN 于点 F, G, H , 若 H 是 DN 的中点, 试探究 $S_{\triangle AMF}$,

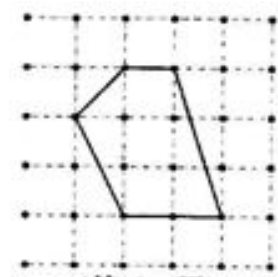
$S_{\triangle BEN}$ 和 $S_{\text{四边形} MNHG}$ 的数量关系, 并说明理由.



9. (2015 年浙江温州 8 分) 各顶点都在方格纸格点 (横竖格子线的交错点) 上的多边形称为格点多边形. 如何计算它的面积? 奥地利数学家皮克 (G.Pick, 1859~1942) 证明了格点多边形的面积公式: $S = a + \frac{1}{2}b - 1$, 其中 a 表示多边形内部的格点数, b 表示多边形边界上的格点数, S 表示多边形的面积. 如图, $a = 4$, $b = 6$, $S = 4 + \frac{1}{2} \times 6 - 1 = 6$.

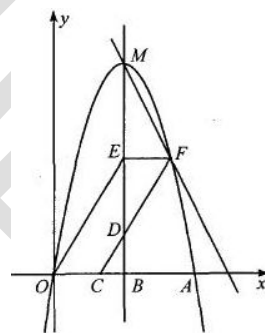
- (1) 请在图甲中画一个格点正方形, 使它内部只含有 4 个格点, 并写出它的面积;
- (2) 请在图乙中画一个格点三角形, 使它的面积为 $\frac{7}{2}$, 且每条边上除顶点外无其它格点.

(注: 图甲、图乙在答题纸上)



11. (2015 年浙江温州 12 分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 6x$ 交 x 轴正半轴于点 A, 顶点为 M, 对称轴 NB 交 x 轴于点 B, 过点 C (2, 0) 作射线 CD 交 MB 于点 D (D 在 x 轴上方), OE \parallel CD 交 MB 于点 E, EF \parallel x 轴交 CD 于点 F, 作直线 MF.

- (1) 求点 A, M 的坐标;
- (2) 当 BD 为何值时, 点 F 恰好落在该抛物线上?
- (3) 当 BD=1 时,
- ①求直线 MF 的解析式, 并判断点 A 是否落在该直线上;
- ②延长 OE 交 FM 于点 G, 取 CF 中点 P, 连结 PG, $\triangle FPG$, 四边形 DEGP, 四边形 OCDE 的面积分别记为 S_1, S_2, S_3 , 则 $S_1:S_2:S_3=$ ▲



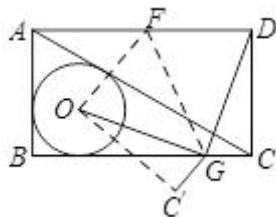
专题 16：操作型问题



一. 选择题

1. (2015 年浙江湖州 3 分) 如图, AC 是矩形 $ABCD$ 的对角线, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, 现

将矩形 $ABCD$ 按如图所示的方式折叠, 使点 D 与点 O 重合, 折痕为 FG , 点 F, G 分别在 AD, BC 上, 连结 OG, DG , 若 $OG \perp DG$, 且 $\odot O$ 的半径长为 1, 则下列结论不成立的是【 】



- A. $CD + DF = 4$ B. $CD - DF = 2\sqrt{3} - 3$ C. $BC + AB = 2\sqrt{3} + 4$ D. $BC - AB = 2$

2. (2015 年浙江金华 3 分) 以下四种沿 AB 折叠的方法中, 不一定能判定纸带两条边线 a, b 互相平行的是【 】

- A. 如图 1, 展开后, 测得 $\angle 1 = \angle 2$
 B. 如图 2, 展开后, 测得 $\angle 1 = \angle 2$, 且 $\angle 3 = \angle 4$
 C. 如图 3, 测得 $\angle 1 = \angle 2$
 D. 如图 4, 展开后, 再沿 CD 折叠, 两条折痕的交点为 O , 测得 $OA = OB, OC = OD$

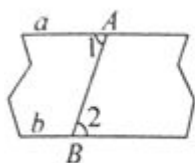


图 1

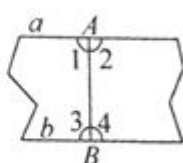


图 2

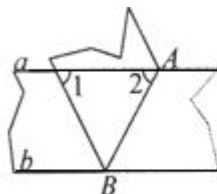


图 3

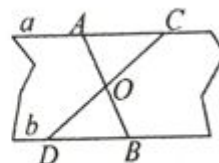
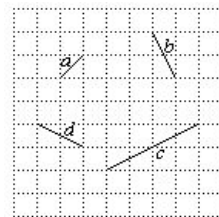


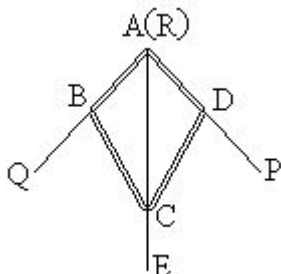
图 4

3. (2015 年浙江丽水 3 分) 如图, 在方格纸中, 线段 a, b, c, d 的端点在格点上, 通过平移其中两条线段, 使得和第三条线段首尾相接组成三角形, 则能组成三角形的不同平移方法有【 】



- A. 3 种 B. 6 种 C. 8 种 D. 12 种

4. (2015 年浙江绍兴 4 分) 如图, 小敏做了一个角平分仪 ABCD, 其中 $AB=AD$, $BC=DC$, 将仪器上的点 A 与 $\angle PRQ$ 的顶点 R 重合, 调整 AB 和 AD, 使它们分别落在角的两边上, 过点 A, C 画一条射线 AE, AE 就是 $\angle PRQ$ 的平分线. 此角平分仪的画图原理是: 根据仪器结构, 可得 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, 这样就有 $\angle QAE = \angle PAE$. 则说明这两个三角形全等的依据是 【 】



- A. SAS B. ASA C. AAS D. SSS

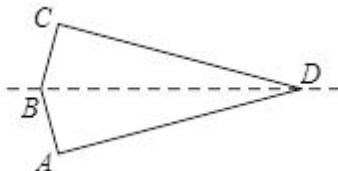
5. (2015 年浙江台州 4 分) 如果将长为 6cm, 宽为 5cm 的长方形纸片折叠一次, 那么这条折痕的长不可能是 【 】

- A. 8cm B. $5\sqrt{2}$ cm C. 5.5cm D. 1cm

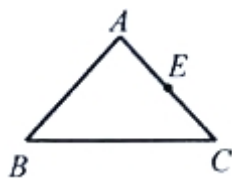


二. 填空题

1. (2015 年浙江杭州 4 分) 如图, 在四边形纸片 ABCD 中, $AB=BC$, $AD=CD$, $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\angle B = 150^\circ$, 将纸片先沿直线 BD 对折, 再将对折后的图形沿从一个顶点出发的直线裁剪, 剪开后的图形打开铺平, 若铺平后的图形中有一个是面积为 2 的平行四边形, 则 $CD =$ ▲



2. (2015 年浙江嘉兴 5 分) 如图, 一张三角形纸片 ABC, $AB=AC=5$. 折叠该纸片, 使点 A 落在 BC 的中点上, 折痕经过 AC 上的点 E, 则 AE 的长为 ▲



3. (2015 年浙江金华 4 分) 图 1 是一张可以折叠的小床展开后支撑起来放在地面的示意图, 此时, 点 A, B, C 在同一直线上, 且 $\angle ACD = 90^\circ$. 图 2 是小床支撑脚 CD 折叠的示意图, 在折叠过程中, $\triangle ACD$ 变形为四边形 $ABC'D'$, 最后折叠形成一条线段 BD'' .

(1) 小床这样设计应用的数学原理是 ▲

(2) 若 $AB:BC=1:4$, 则 $\tan \angle CAD$ 的值是 ▲

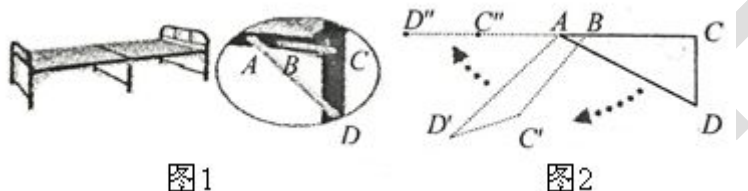
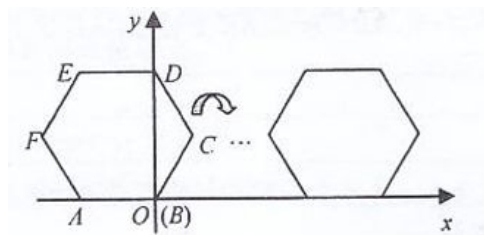


图1

图2

4. (2015 年浙江衢州 4 分) 已知, 正六边形 $ABCDEF$ 在直角坐标系的位置如图所示, $A(-2, 0)$, 点 B 在原点, 把正六边形 $ABCDEF$ 沿 x 轴正半轴作无滑动的连续翻转, 每次翻转 60° , 经过 2015 次翻转之后, 点 B 的坐标是 ▲.



三. 解答题

1. (2015 年浙江宁波 10 分) 在边长为 1 的小正方形组成的方格纸中, 若多边形的各顶点都在方格纸的格点 (横竖格子线的交错点) 上, 这样的多边形称为格点多边形. 记格点多边形内的格点数为 a , 边界上的格点数为 b , 则格点多边形的面积可表示为 $S = ma + nb - 1$, 其中 m, n 为常数.

(1) 在下面的方格纸中各画出一个面积为 6 的格点多边形, 依次为三角形、平行四边形 (非菱形)、菱形;

(2) 利用 (1) 中的格点多边形确定 m , n 的值.



三角形



平行四边形 (非菱形)



菱形

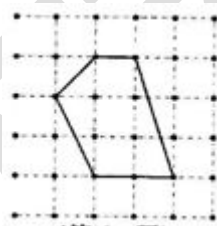
2. (2015 年浙江温州 8 分) 各顶点都在方格纸格点 (横竖格子线的交错点) 上的多边形称为格点多边形. 如何计算它的面积? 奥地利数学家皮克 (G.Pick, 1859~1942) 证明了格点多边形的面积公式: $S = a + \frac{1}{2}b - 1$, 其中 a 表示多边形内部的格点数, b 表示多边形边界上的格点数, S 表示多边形的面积. 如图, $a = 4$, $b = 6$, $S = 4 + \frac{1}{2} \times 6 - 1 = 6$.

如图, $a = 4$, $b = 6$, $S = 4 + \frac{1}{2} \times 6 - 1 = 6$.

(1) 请在图甲中画一个格点正方形, 使它内部只含有 4 个格点, 并写出它的面积;

(2) 请在图乙中画一个格点三角形, 使它的面积为 $\frac{7}{2}$, 且每条边上除顶点外无其它格点.

(注: 图甲、图乙在答题纸上)

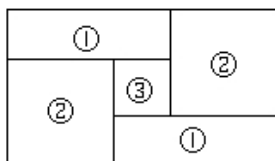


专题 17: 阅读理解型问题



一. 选择题

1. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 小明家的住房平面图呈长方形, 被分割成 3 个正方形和 2 个长方形后仍是中心对称图形. 若只知道原住房平面图长方形的周长, 则分割后不用测量就能知道周长的图形标号为【 】

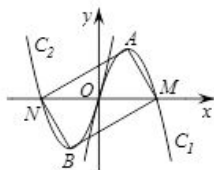


- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③
2. (2015 年浙江绍兴 4 分) 如果一种变换是将抛物线向右平移 2 个单位或向上平移 1 个单位, 我们把这种变换称为抛物线的简单变换. 已知抛物线经过两次简单变换后的一条抛物线是 $y = x^2 + 1$, 则原抛物线的解析式不可能的是【 】
- A. $y = x^2 - 1$ B. $y = x^2 + 6x + 5$
- C. $y = x^2 + 4x + 4$ D. $y = x^2 + 8x + 17$
3. (2015 年浙江台州 4 分) 某班有 20 位同学参加围棋、象棋比赛, 甲说: “只参加一项的人数大于 14 人”; 乙说: “两项都参加的人数小于 5 人”. 对于甲、乙两人的说法, 有下列四个命题, 其中真命题的是【 】
- A. 若甲对, 则乙对 B. 若乙对, 则甲对 C. 若乙错, 则甲错 D. 若甲错, 则乙对



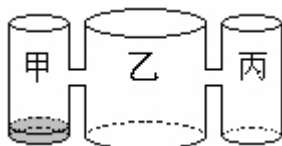
二. 填空题

1. (2015 年浙江湖州 4 分) 如图, 已知抛物线 $C_1: y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ 和 $C_2: y = a_2x^2 + b_2x + c_2$ 都经过原点, 顶点分别为 A, B , 与 x 轴的另一个交点分别为 M, N , 如果点 A 与点 B , 点 M 与点 N 都关于原点 O 成中心对称, 则抛物线 C_1 和 C_2 为姐妹抛物线, 请你写出一对姐妹抛物线 C_1 和 C_2 , 使四边形 $ANBM$ 恰好是矩形, 你所写的一对抛物线解析式是_____和_____



2. (2015 年浙江嘉兴 5 分) 公元前 1700 年的古埃及纸草书中, 记载着一个数学问题: “它的全部, 加上它的七分之一, 其和等于 19.” 此问题中 “它” 的值为 ▲

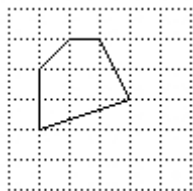
3. (2015 年浙江绍兴 5 分) 实验室里, 水平桌面上有甲、乙、丙三个圆柱形容器 (容器足够高), 底面半径之比为 1: 2: 1, 用两个相同的管子在容器的 5cm 高度处连通 (即管子底端离容器底 5cm), 现三个容器中, 只有甲中有水, 水位高 1cm, 如图所示. 若每分钟同时向乙和丙注入相同量的水, 开始注水 1 分钟, 乙的水位上升 $\frac{5}{6}$ cm, 则开始注入 ▲ 分钟的水量后, 甲与乙的水位高度之差是 0.5cm.



4. (2015 年浙江舟山 4 分) 如图, 多边形的各顶点都在方格纸的格点 (横竖格子线的交错点) 上, 这样的多边形称为格点多边形, 它的面积 S 可用公式 $S = a + \frac{1}{2}b - 1$ (a 是多边形内的格点数, b 是多边形边界上的格点数) 计算, 这个公式称为 “皮克定理”. 现有一张方格纸共有 200 个格点, 画有一个格点多边形, 它的面积 $S=40$.

(1) 这个格点多边形边界上的格点数 $b = \underline{\quad \quad \quad}$ (用含 a 的代数式表示);

(2) 设该格点多边形外的格点数为 c , 则 $c - a = \underline{\quad \quad \quad}$



三. 解答题

1. (2015 年浙江杭州 8 分) 如图 1, $\odot O$ 的半径为 $r(r>0)$, 若点 P' 在射线 OP 上, 满足 $OP' \cdot OP = r^2$, 则称点 P' 是点 P 关于 $\odot O$ 的 “反演点”, 如图 2, $\odot O$ 的半径为 4, 点 B 在 $\odot O$ 上, $\angle BOA = 60^\circ$, $OA = 8$, 若点 A' 、 B' 分别是点 A 、 B 关于 $\odot O$ 的反演点, 求 $A'B'$ 的长.

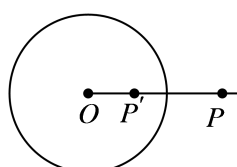


图1

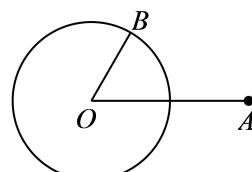


图2

2. (2015 年浙江嘉兴 8 分) 小明解方程 $\frac{1}{x} - \frac{x-2}{x} = 1$ 的过程如图. 请指出他解答过程中的错误, 并写出正确的解答过程.

解: 方程两边同乘以 x 得
 $1-(x-2)=1$ ①
 去括号得 $1-x-2=1$ ②
 合并同类项得 $-x-1=1$ ③
 移项得 $-x=2$ ④
 解得 $x=-2$ ⑤
 ∴ 原方程的解为 $x=-2$ ⑥

3. (2015 年浙江嘉兴 14 分) 类比等腰三角形的定义, 我们定义: 有一组邻边相等的凸四边形叫做“等邻边四边形”.

(1) 概念理解:

如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, 添加一个条件, 使得四边形 $ABCD$ 是“等邻边四边形”, 请写出你添加的一个条件;

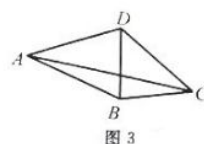
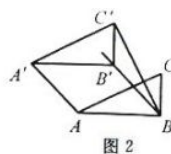
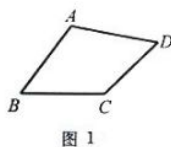
(2) 问题探究:

①小红猜想: 对角线互相平分的“等邻边四边形”是菱形, 她的猜想正确吗? 请说明理由;

②如图 2, 小红画了一个 $Rt\triangle ABC$, 其中 $\angle ABC=90^\circ$, $AB=2$, $BC=1$, 并将 $Rt\triangle ABC$ 沿 $\angle B$ 的平分线 BB' 方向平移得到 $\triangle A'B'C'$, 连结 AA' , BC' . 小红要使平移后的四边形 $ABC'A'$ 是“等邻边四边形”, 应平移多少距离 (即线段 BB' 的长)?

(3) 应用拓展:

如图 3, “等邻边四边形” $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle BAD+\angle BCD=90^\circ$, AC , BD 为对角线, $AC=\sqrt{2}AB$. 试探究 BC , CD , BD 的数量关系.



4. (2015 年浙江宁波 10 分) 在边长为 1 的小正方形组成的方格纸中, 若多边形的各顶点都在方格纸的格点 (横竖格子线的交错点) 上, 这样的多边形称为格点多边形。记格点多边形内的格点数为 a , 边界上的格点数为 b , 则格点多边形的面积可表示为 $S = ma + nb - 1$, 其中 m, n 为常数。

(1) 在下面的方格纸中各画出一个面积为 6 的格点多边形, 依次为三角形、平行四边形 (非菱形)、菱形;

(2) 利用 (1) 中的格点多边形确定 m, n 的值。



三角形



平行四边形 (非菱形)



菱形

5. (2015 年浙江宁波 12 分) 如图 1, 点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点, 以 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM, ON 交于 A, B 两点, 如果 $\angle APB$ 绕点 P 旋转时始终满足 $OA \cdot OB = OP^2$, 我们就把 $\angle APB$ 叫做 $\angle MON$ 的智慧角。

(1) 如图 2, 已知 $\angle MON = 90^\circ$, 点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点, 以点 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM, ON 交于 A, B 两点, 且 $\angle APB = 135^\circ$. 求证: $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角;

(2) 如图 1, 已知 $\angle MON = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), $OP = 2$, 若 $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角, 连结 AB , 用含 α 的式子分别表示 $\angle APB$ 的度数和 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 如图 3, C 是函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 图象上的一个动点, 过点 C 的直线 CD 分别交 x 轴和 y 轴于点 A, B 两点, 且满足 $BC = 2CA$, 请求出 $\angle AOB$ 的智慧角 $\angle APB$ 的顶点 P 的坐标。

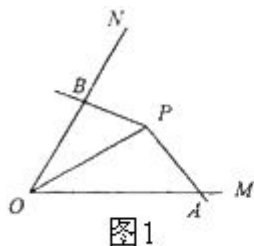


图1

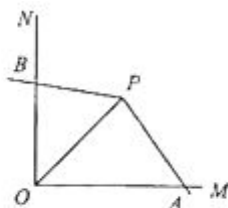


图2

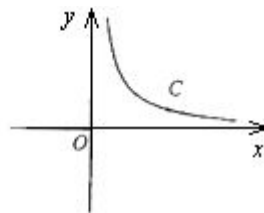


图3

6. (2015 年浙江衢州 10 分) 小明在课外学习时遇到这样一个问题:

定义: 如果二次函数 $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ ($a_1 \neq 0$, a_1, b_1, c_1 是常数) 与 $y = a_2x^2 + b_2x + c_2$ ($a_2 \neq 0$, a_2, b_2, c_2 是常数) 满足 $a_1 + a_2 = 0$, $b_1 = b_2$, $c_1 + c_2 = 0$, 则称这两个函数互为“旋转函数”.

求 $y = -x^2 + 3x - 2$ 函数的“旋转函数”.

小明是这样思考的: 由 $y = -x^2 + 3x - 2$ 函数可知 $a_1 = -1$, $b_1 = 3$, $c_1 = -2$, 根据 $a_1 + a_2 = 0$, $b_1 = b_2$, $c_1 + c_2 = 0$ 求出 a_2, b_2, c_2 , 就能确定这个函数的“旋转函数”.

请参考小明的方法解决下面的问题:

- (1) 写出函数 $y = -x^2 + 3x - 2$ 的“旋转函数”;
- (2) 若函数 $y = -x^2 + \frac{4}{3}mx - 2$ 与 $y = x^2 - 2nx + n$ 互为“旋转函数”, 求 $(m+n)^{2015}$ 的值;
- (3) 已知函数 $y = -\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 A, B, C 关于原点的对称点分别是 A_1, B_1, C_1 , 试证明经过点 A_1, B_1, C_1 的二次函数与函数 $y = -\frac{1}{2}(x+1)(x-4)$ 互为“旋转函数”.

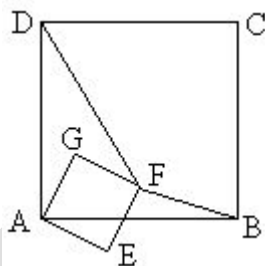
7. (2015 年浙江绍兴 10 分) 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过定点 $M(1, 1)$, 则称此抛物线为定点抛物线.

- (1) 张老师在投影屏幕上出示了一个题目: 请你写出一条定点抛物线的一个解析式. 小敏写出了答案: $y = 2x^2 + 3x - 4$, 请你写出一个不同于小敏的答案:

(2) 张老师又在投影屏幕上出示了一个思考题：已知定点抛物线 $y = -x^2 + 2bx + c + 1$ ，求该抛物线顶点纵坐标的值最小时的解析式，请你解答。

8. (2015 年浙江绍兴 12 分) 正方形 ABCD 和正方形 AEF 有公共顶点 A，将正方形 AEF 绕点 A 按顺时针方向旋转，记旋转角 $\angle DAG = \alpha$ ，其中 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ，连结 DF，BF，如图。

- (1) 若 $\alpha = 0^\circ$ ，则 $DF = BF$ ，请加以证明；
- (2) 试画一个图形（即反例），说明 (1) 中命题的逆命题是假命题；
- (3) 对于 (1) 中命题的逆命题，如果能补充一个条件后能使该逆命题为真命题，请直接写出你认为需要补充的一个条件，不必说明理由。



9. (2015 年浙江台州 14 分) 定义：如图 1，点 M，N 把线段 AB 分割成 AM，MN 和 BN，若以 AM，MN，BN 为边的三角形是一个直角三角形，则称点 M，N 是线段 AB 的勾股分割点。

- (1) 已知点 M，N 是线段 AB 的勾股分割点，若 $AM = 2$ ， $MN = 3$ ，求 BN 的长；
- (2) 如图 2，在 $\triangle ABC$ 中，FG 是中位线，点 D，E 是线段 BC 的勾股分割点，且 $EC > DE \geq BD$ ，

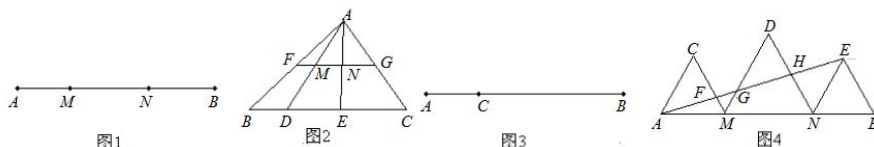
连接 AD，AE 分别交 FG 于点 M，N，求证：点 M，N 是线段 FG 的勾股分割点；

- (3) 已知点 C 是线段 AB 上的一点，其位置如图 3 所示，请在 BC 上画一点 D，使 C，D 是线段 AB 的勾股分割点（要求尺规作图，保留作图痕迹，画出一种情形即可）；

(4) 如图 4, 已知点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点, $MN > AM \geq BN$, $\triangle AMC$, $\triangle MND$ 和 $\triangle NBM$

均是等边三角形, AE 分别交 CM, DM, DN 于点 F, G, H , 若 H 是 DN 的中点, 试探究 $S_{\triangle AMF}$,

$S_{\triangle BEN}$ 和 $S_{\text{四边形} MNHG}$ 的数量关系, 并说明理由.

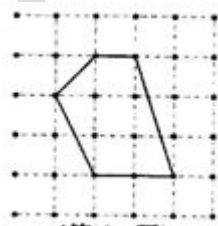


10. (2015 年浙江温州 8 分) 各顶点都在方格纸格点 (横竖格子线的交错点) 上的多边形称为格点多边形. 如何计算它的面积? 奥地利数学家皮克 (G.Pick, 1859~1942) 证明了格点多边形的面积公式: $S = a + \frac{1}{2}b - 1$, 其中 a 表示多边形内部的格点数, b 表示多边形边界上的格点数, S 表示多边形的面积. 如图, $a = 4$, $b = 6$, $S = 4 + \frac{1}{2} \times 6 - 1 = 6$.

(1) 请在图甲中画一个格点正方形, 使它内部只含有 4 个格点, 并写出它的面积;

(2) 请在图乙中画一个格点三角形, 使它的面积为 $\frac{7}{2}$, 且每条边上除顶点外无其它格点.

(注: 图甲、图乙在答题纸上)



专题 18: 实际应用问题



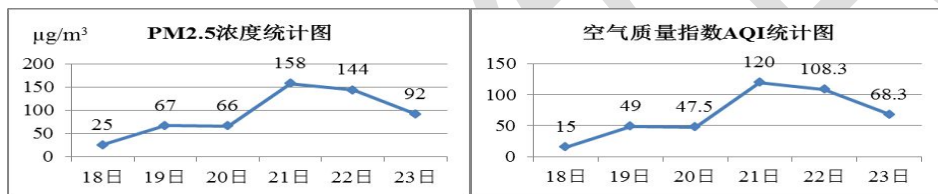
一. 选择题

1. (2015 年浙江杭州 3 分) 某村原有林地 108 公顷, 旱地 54 公顷, 为保护环境, 需把一部分旱地改造为林地, 使旱地占林地面积的 20%, 设把 x 公顷旱地改为林地, 则可列方程【 】

A. $54 - x = 20\% \times 108$ B. $54 - x = 20\% \times (108 + x)$

C. $54 + x = 20\% \times 162$ D. $108 - x = 20\% (54 + x)$

2. (2015 年浙江杭州 3 分) 如图是某地 2 月 18 日到 23 日 $PM_{2.5}$ 浓度和空气质量指数 AQI 的统计图(当 AQI 不大于 100 时称空气质量为“优良”), 由图可得下列说法: ①18 日的 $PM_{2.5}$ 浓度最低; ②这六天中 $PM_{2.5}$ 浓度的中位数是 $112 \mu g/cm^2$; ③这六天中有 4 天空气质量为“优良”; ④空气质量指数 AQI 与 $PM_{2.5}$ 浓度有关, 其中正确的说法是【 】



A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

3. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 质检部门为了检测某品牌电器的质量, 从同一批次共 10 000 件产品中随机抽取 100 件进行检测, 检测出次品 5 件, 由此估计这一批次产品中的次品件数是【 】

A. 5

B. 100

C. 500

D. 10 000

4. (2015 年浙江金华 3 分) 图 2 是图 1 中拱形大桥的示意图, 桥拱与桥面的交点为 O, B , 以点 O 为原点, 水平直线 OB 为 x 轴, 建立平面直角坐标系, 桥的拱形可以近似看成抛物线 $y = -\frac{1}{400}(x-80)^2 + 16$, 桥拱与桥墩 AC 的交点 C 恰好在水面, 有 $AC \perp x$ 轴. 若 $OA=10$ 米, 则桥面离水面的高度 AC 为【 】

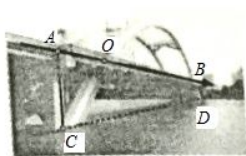


图1

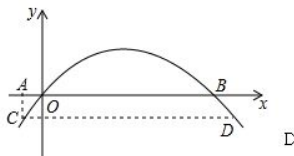


图2

A. $16\frac{9}{40}$ 米

B. $\frac{17}{4}$ 米

C. $16\frac{7}{40}$ 米

D. $\frac{15}{4}$ 米

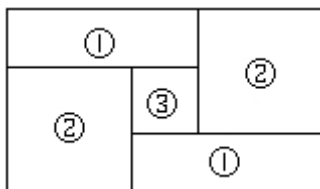
5. (2015 年浙江丽水 3 分) 某小组 7 位同学的中考体育测试成绩 (满分 30 分) 依次为 27, 30, 29, 27, 30, 28, 30, 则这组数据的众数与中位数分别是【 】

- A. 30, 27 B. 30, 29 C. 29, 30 D. 30, 28

6. (2015 年浙江宁波 4 分) 在端午节到来之前, 学校食堂推荐了 A, B, C 三家粽子专卖店, 对全校师生爱吃哪家店的粽子作调查, 以决定最终向哪家店采购. 下面的统计量中, 最值得关注的是【 】

- A. 方差 B. 平均数 C. 中位数 D. 众数

7. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 小明家的住房平面图呈长方形, 被分割成 3 个正方形和 2 个长方形后仍是中心对称图形. 若只知道原住房平面图长方形的周长, 则分割后不用测量就能知道周长的图形标号为【 】



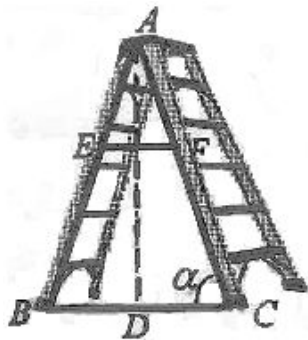
- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

8. (2015 年浙江衢州 3 分) 某班七个兴趣小组人数分别为 4, 4, 5, x , 6, 6, 7. 已知这组数据的平均数是 5, 则这组数据的中位数【 】

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

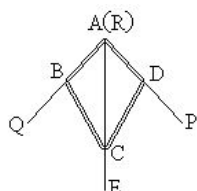
9. (2015 年浙江衢州 3 分) 如图, 已知“人字梯”的 5 个踩档把梯子等分成 6 份, 从上往下的第二个踩档与第三个踩档的正中间处有一条 60 cm 长的绑绳 EF , $\tan \alpha = \frac{5}{2}$, 则“人

字梯”的顶端离地面的高度 AD 是【 】



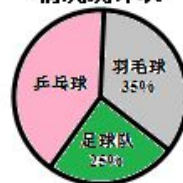
- A. 144cm B. 180cm C. 240cm D. 360cm

10. (2015 年浙江绍兴 4 分) 如图, 小敏做了一个角平分仪 ABCD, 其中 $AB=AD$, $BC=DC$, 将仪器上的点 A 与 $\angle PRQ$ 的顶点 R 重合, 调整 AB 和 AD, 使它们分别落在角的两边上, 过点 A, C 画一条射线 AE, AE 就是 $\angle PRQ$ 的平分线. 此角平分仪的画图原理是: 根据仪器结构, 可得 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, 这样就有 $\angle QAE = \angle PAE$. 则说明这两个三角形全等的依据是 【 】



- A. SAS B. ASA C. AAS D. SSS
11. (2015 年浙江台州 4 分) 在下列调查中, 适宜采用全面调查的是 【 】
- A. 了解我省中学生视力情况 B. 了解九 (1) 班学生校服的尺码情况
- C. 检测一批电灯泡的使用寿命 D. 调查台州《600 全民新闻》栏目的收视率
12. (2015 年浙江温州 4 分) 某校学生参加体育兴趣小组情况的统计图如图所示. 若参加人数最少的小组有 25 人, 则参加人数最多的小组有 【 】

某校学生参加体育兴趣小组情况统计表



- A. 25 人 B. 35 人 C. 40 人 D. 100 人



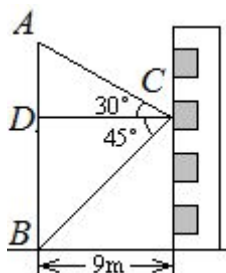
二. 填空题

1. (2015 年浙江湖州 4 分) 在“争创美丽校园, 争做文明学生”示范校评比活动中, 10 位评委给某校的评分情况如下表所示:

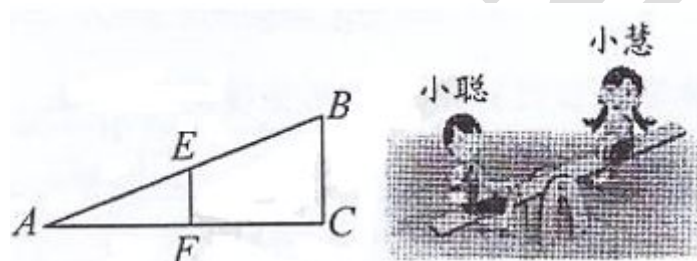
评分(分)	80	85	90	95
评委人数	1	2	5	2

则这 10 位评委评分的平均数是 ▲ 分

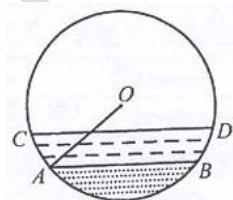
2. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 在数学活动课中, 小敏为了测量校园内旗杆 AB 的高度, 站在教学楼的 C 处测得旗杆底端 B 的俯角为 45° , 测得旗杆顶端 A 的仰角为 30° , 若旗杆与教学楼的距离为 9m , 则旗杆 AB 的高度是 ▲ m (结果保留根号)



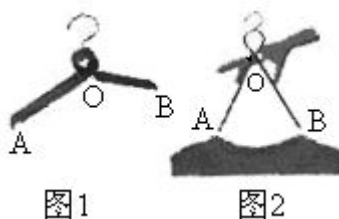
3. (2015 年浙江衢州 4 分) 如图, 小聪与小慧玩跷跷板, 跷跷板支架高 EF 为 0.6 米, E 是 AB 的中点, 那么小聪能将小慧翘起的最大高度 BC 等于 ▲ 米.



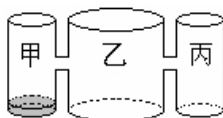
4. (2015 年浙江衢州 4 分) 一条排水管的截面如图所示, 已知排水管的半径 $OA = 1\text{m}$, 水面宽 $AB = 1.2\text{m}$, 某天下雨后, 水管水面上升了 0.2m , 则此时排水管水面宽 CD 等于 ▲ m .



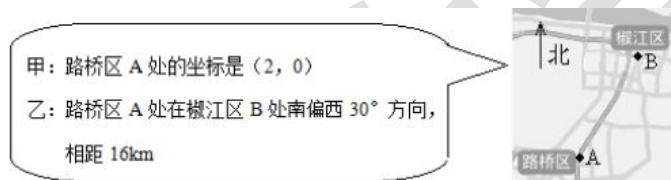
5. (2015 年浙江绍兴 5 分) 由于木质衣架没有柔性, 在挂置衣服的时候不太方便操作. 小敏设计了一种衣架, 在使用时能轻易收拢, 然后套进衣服后松开即可. 如图 1, 衣架杆 $OA = OB = 18\text{cm}$, 若衣架收拢时, $\angle AOB = 60^\circ$, 如图 2, 则此时 A, B 两点之间的距离是 ▲ cm .



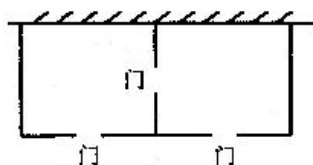
6. (2015 年浙江绍兴 5 分) 实验室里, 水平桌面上有甲、乙、丙三个圆柱形容器(容器足够高), 底面半径之比为 1: 2: 1, 用两个相同的管子在容器的 5cm 高度处连通(即管子底端离容器底 5cm), 现三个容器中, 只有甲中有水, 水位高 1cm, 如图所示. 若每分钟同时向乙和丙注入相同量的水, 开始注水 1 分钟, 乙的水位上升 $\frac{5}{6}$ cm, 则开始注入 $\underline{\quad\triangle\quad}$ 分钟的水量后, 甲与乙的水位高度之差是 0.5cm.



7. (2015 年浙江台州 5 分) 如图, 这是台州市地图的一部分, 分别以正东、正北方向为 x 轴、y 轴的正方向建立直角坐标系, 规定一个单位长度表示 1km, 甲、乙两人对着地图如下描述路桥区 A 处的位置则椒江区 B 处的坐标是 $\underline{\quad\triangle\quad}$



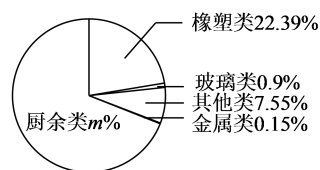
8. (2015 年浙江温州 5 分) 某农场拟建两间矩形饲养室, 一面靠现有墙(墙足够长), 中间用一道墙隔开, 并在如图所示的三处各留 1m 宽的门. 已知计划中的材料可建墙体(不包括门)总长为 27m, 则能建成的饲养室总占地面积最大为 $\underline{\quad\triangle\quad}$ m²



三. 解答题

1. (2015 年浙江杭州 6 分) 杭州市推行垃圾分类已经多年, 但在厨余垃圾中除了厨余类垃圾还混杂着非厨余类垃圾, 如图是杭州市某一天收到的厨余垃圾的统计图.

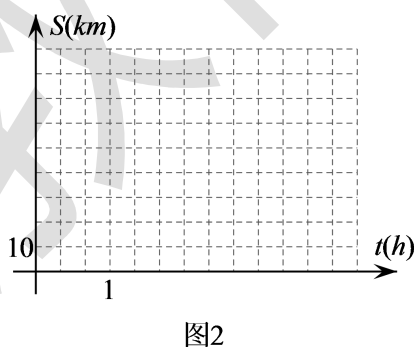
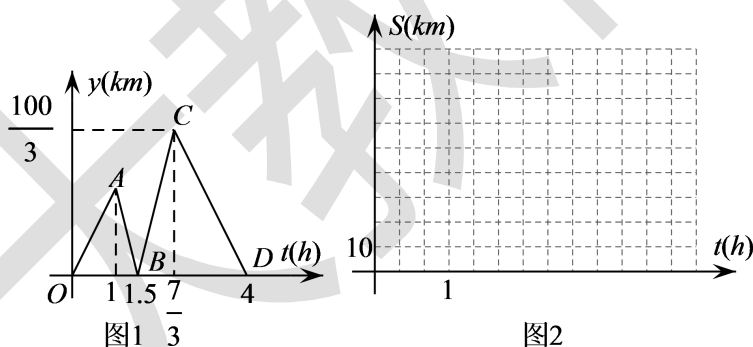
(1) 试求出 m 的值; (2) 杭州市那天共收到厨余垃圾约 200 吨, 请计算其中混杂着的玻璃类垃圾的吨数.



2. (2015 年浙江杭州 12 分) 方成同学看到一则材料, 甲开汽车, 乙骑自行车从 M 地出发沿一条公路匀速前往 N 地, 设乙行驶的时间为 $t(h)$, 甲乙两人之间的距离为 $y(km)$, y 与 t 的函数关系如图 1 所示, 方成思考后发现了图 1 的部分正确信息, 乙先出发 $1h$, 甲出发 0.5

小时与乙相遇, ……., 请你帮助方成同学解决以下问题:

- (1) 分别求出线段 BC , CD 所在直线的函数表达式;
- (2) 当 $20 < y < 30$ 时, 求 t 的取值范围;
- (3) 分别求出甲、乙行驶的路程 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$ 与时间 t 的函数表达式, 并在图 2 所给的直角坐标系中分别画出它们的图象;
- (4) 丙骑摩托车与乙同时出发, 从 N 地沿同一条公路匀速前往 M 地, 若丙经过 $\frac{4}{3}h$ 与乙相遇, 问丙出发后多少时间与甲相遇.



3. (2015 年浙江嘉兴 10 分) 嘉兴市 2010~2014 年社会消费品零售总额及增速统计图如下:



请根据图中信息, 解答下列问题:

- (1) 求嘉兴市 2010~2014 年社会消费品零售总额增速这组数据的中位数.
- (2) 求嘉兴市近三年 (2012~2014 年) 的社会消费品零售总额这组数据的平均数.

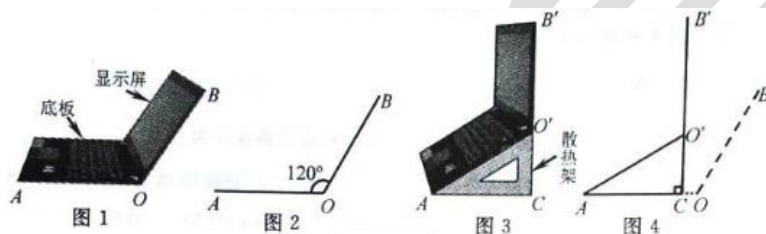
(3) 用适当的方法预测嘉兴市 2015 年社会消费品零售总额 (只要求列出算式, 不必计算出结果)。

4. (2015 年浙江嘉兴 12 分) 小红将笔记本电脑水平放置在桌子上, 显示屏 OB 与底板 OA 所在的水平线的夹角为 120° 时, 感觉最舒适 (如图 1), 侧面示意图为图 2; 使用时为了散热, 她在底板下垫入散热架 ACO' 后, 电脑转到 $AO'B'$ 位置 (如图 3), 侧面示意图为图 4. 已知 $OA=OB=24\text{cm}$, $O'C \perp OA$ 于点 C , $O'C=12\text{cm}$.

(1) 求 $\angle CAO'$ 的度数;

(2) 显示屏的顶部 B' 比原来升高了多少?

(3) 如图 4, 垫入散热架后, 要使显示屏 $O'B'$ 与水平线的夹角仍保持 120° , 则显示屏 $O'B'$ 应绕点 O' 按顺时针方向旋转多少度?

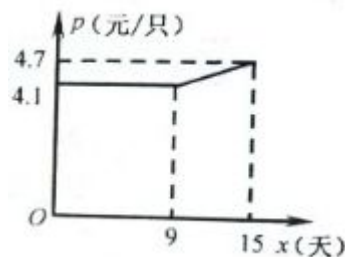


5. (2015 年浙江嘉兴 12 分) 某企业接到一批粽子生产任务, 按要求在 15 天内完成, 约定这批粽子的出厂价为每只 6 元. 为按时完成任务, 该企业招收了新工人, 设新工人李明第 x

天生产的粽子数量为 y 只, y 与 x 满足如下关系式: $y = \begin{cases} 50x & (0 \leq x \leq 5) \\ 30x + 120 & (5 < x \leq 15) \end{cases}$

(1) 李明第几天生产的粽子数量为 420 只?

(2) 如图, 设第 x 天每只粽子的成本是 p 元, p 与 x 之间的关系可用图中的函数图象来刻画. 若李明第 x 天创造的利润为 w 元, 求 w 与 x 之间的函数表达式, 并求出第几天的利润最大? 最大值是多少元 (利润=出厂价-成本)?



6. (2015 年浙江湖州 8 分) 为了深化课程改革, 某校积极开展校本课程建设, 计划成立“文学鉴赏”、“科学实验”、“音乐舞蹈”和“手工编织”等多个社团, 要求每位学生都自主选择其中一个社团, 为此, 随机调查了本校各年级部分学生选择社团的意向, 并将调查结果绘制成如下统计图表(不完整):

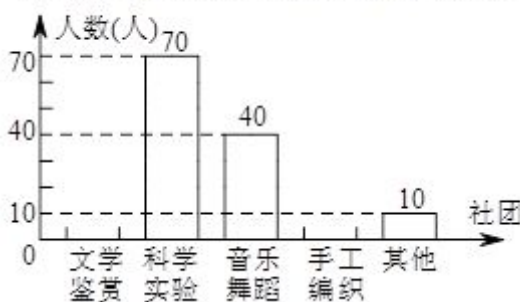
某校被调查学生选择社团意向统计表

选择意向	文学鉴赏	科学实验	音乐舞蹈	手工编织	其他
所占百分比	a	35%	b	10%	c

根据统计图表中的信息, 解答下列问题:

- (1) 求本次调查的学生总人数及 a , b , c 的值;
- (2) 将条形统计图补充完整(温馨提示: 请画在答题卷相对应的图上);
- (3) 若该校共有 1200 名学生, 试估计全校选择“科学实验”社团的学生人数.

某校被调查学生选择社团意向条形统计图



7. (2015 年浙江湖州 10 分) 某工厂计划在规定时间内生产 24000 个零件, 若每天比原计划多生产 30 个零件, 则在规定时间内可以多生产 300 个零件.

- (1) 求原计划每天生产的零件个数和规定的天数;
- (2) 为了提前完成生产任务, 工厂在安排原有工人按原计划正常生产的同时, 引进 5 组机

机器人生产流水线共同参与零件生产，已知每组机器人生产流水线每天生产零件的个数比 20 个工人原计划每天生产的零件总数还多 20%，按此测算，恰好提前两天完成 24000 个零件的生产任务，求原计划安排的工人人数。

8. (2015 年浙江金华 8 分) 小明随机调查了若干市民租用公共自行车的骑车时间 t (单位：分)，将获得的数据分成四组，绘制了如下统计图. 请根据图中信息，解答下列问题：

(1) 这次被调查的总人数是多少？

(2) 试求表示 A 组的扇形圆心角的度数，并补全条形统计图；

(3) 如果骑自行车的平均速度为 12km/h，请估算，在租用公共自行车的市民中，骑车路程不超过 6km 的人数所占的百分比.

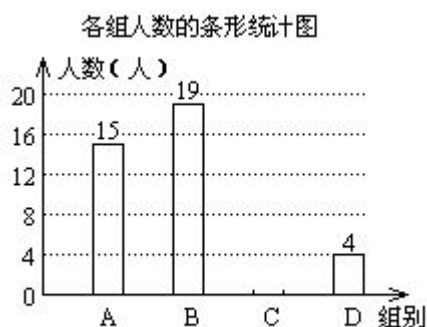


图1

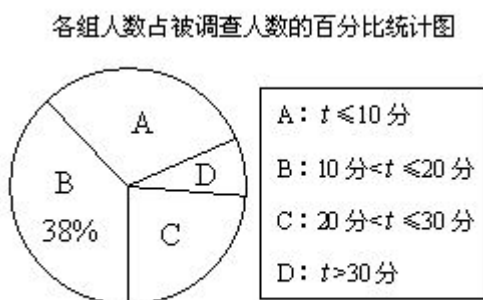


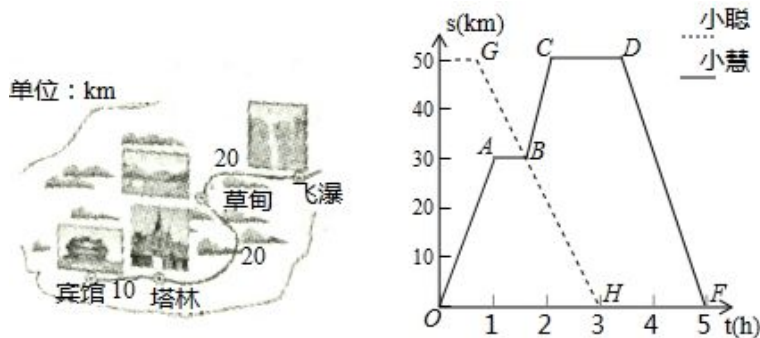
图2

9. (2015 年浙江金华 410 分) 小慧和小聪沿图 1 中的景区公路游览，小慧乘坐车速为 30km/h 的电动汽车，早上 7:00 从宾馆出发，游玩后中午 12:00 回到宾馆现. 小聪骑自行车从飞瀑出发前往宾馆，速度为 20km/h，途中遇见小慧时，小慧恰好游完一景点后乘车前往下一景点，上午 10:00 小聪到达宾馆. 图 2 中的图象分别表示两人离宾馆的路程 s (km) 与时间 t (h) 的函数关系. 试结合图中信息回答：

(1) 小聪上午几点钟从飞瀑出发？

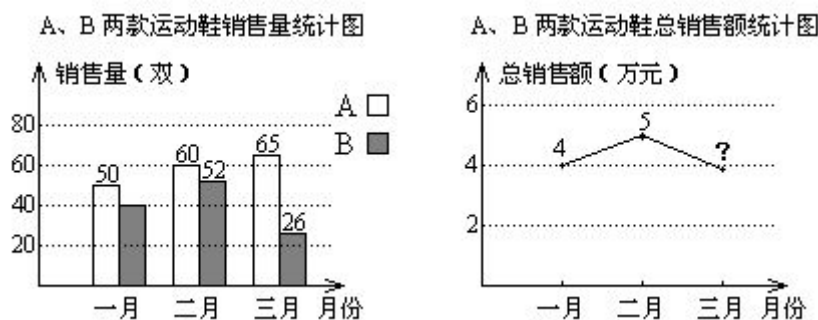
(2) 试求线段 AB, GH 的交叉点 B 的坐标，并说明它的实际意义；

(3) 如果小聪到达宾馆后，立即以 30km/h 的速度按原路返回，那么返回途中他几点钟遇见小慧？



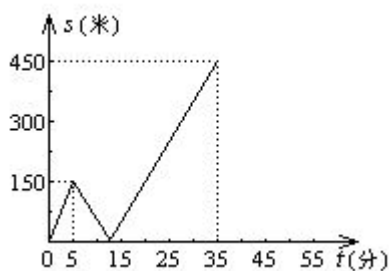
10. (2015 年浙江丽水 8 分) 某运动品牌对第一季度 A、B 两款运动鞋的销售情况进行统计，两款运动鞋的销售量及总销售额如图所示：

- (1) 一月份 B 款运动鞋的销售量是 A 款的 $\frac{4}{5}$ ，则一月份 B 款运动鞋销售了多少双？
- (2) 第一季度这两款运动鞋的销售单价保持不变，求三月份的总销售额（销售额=销售单价×销售量）；
- (3) 结合第一季度的销售情况，请你对这两款运动鞋的进货、销售等方面提出一条建议。



11. (2015 年浙江丽水 10 分) 甲乙两人匀速从同一地点到 1500 米处的图书馆看书，甲出发 5 分钟后，乙以 50 米/分的速度沿同一路线行走。设甲乙两人相距 s (米)，甲行走的时间为 t (分)， s 关于 t 的函数图像的一部分如图所示。

- (1) 求甲行走的速度；
- (2) 在坐标系中，补画 s 关于 t 函数图象的其余部分；
- (3) 问甲、乙两人何时相距 360 米？



12. (2015 年浙江丽水 12 分) 某乒乓球馆使用发球机进行辅助训练, 出球口在桌面中线端点 A 处的正上方, 假设每次发出的乒乓球的运动路线固定不变, 且落在中线上, 在乒乓球运行时, 设乒乓球与端点 A 的水平距离为 x (米), 与桌面的高度为 y (米), 运行时间为 t (秒), 经多次测试后, 得到如下部分数据:

t (秒)	0	0.16	0.2	0.4	0.6	0.64	0.8	...
x (米)	0	0.4	0.5	1	1.5	1.6	2	...
y (米)	0.25	0.378	0.4	0.45	0.4	0.378	0.25	...

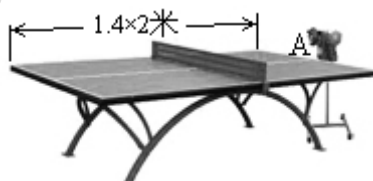
(1) 当 t 为何值时, 乒乓球达到最大高度?

(2) 乒乓球落在桌面时, 与端点 A 的水平距离是多少?

(3) 乒乓球落在桌面上弹起后, y 与 x 满足 $y = a(x-3)^2 + k$

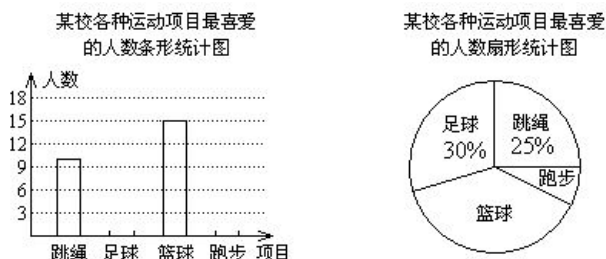
①用含 a 的代数式表示 k ;

②球网高度为 0.14 米, 球桌长 (1.4×2) 米, 若球弹起后, 恰好有唯一的击球点, 可以将球沿直线扣杀到点 A, 求 a 的值.



13. (2015 年浙江宁波 8 分) 某校积极开展“阳光体育”活动, 共开设了跳绳、足球、篮球、跑步四种运动项目. 为了解学生最喜爱哪一种项目, 随机抽取了部分学生进行调查, 并绘制了如下的条形统计图和扇形统计图 (部分信息未给出)

- (1) 求本次被调查的学生人数；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 该校共有 1200 名学生，请估计全校最喜爱篮球的人数比最喜爱足球的人数多多少？

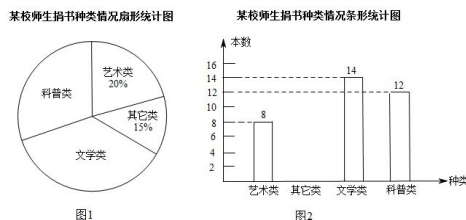


14. (2015 年浙江宁波 10 分) 宁波火车站北广场将于 2015 年底投入使用，计划在广场内种植 A 、 B 两种花木共 6600 棵，若 A 花木数量是 B 花木数量的 2 倍少 600 棵。

- (1) A 、 B 两种花木的数量分别是多少棵？
- (2) 如果园林处安排 26 人同时种植这两种花木，每人每天能种植 A 花木 60 棵或 B 花木 40 棵，应分别安排多少人种植 A 花木和 B 花木，才能确保同时完成各自的任务？

15. (2015 年浙江衢州 8 分) 某校在开展读书交流活动中，全体师生积极捐书，为了解所捐书籍的种类，对部分书籍进行了抽样调查，李老师根据调查数据绘制了如下不完整的统计图。请你根据统计回答下面问题：

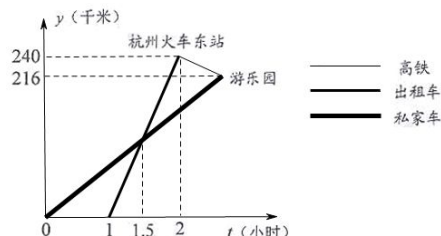
- (1) 本次抽样调查的书籍有多少本？请补全条形统计图；
- (2) 求出图 1 中表示文学类书籍的扇形圆心角度数；
- (3) 本次活动师生共捐书 1200 本，请估计有多少本科普类图书？



16. (2015 年浙江衢州 10 分) 高铁的开通，给衢州市民出行带来了极大的方便。五一期间，乐乐和颖颖相约到杭州市的某游乐园游玩，乐乐乘私家车从衢州出发 1 小时后，颖颖乘高铁从衢州出发，先到杭州火车东站，然后乘出租车去游乐园（换车时间忽略不计），两人恰好同时到达游乐园。他们离开衢州的距离 y （千米）与乘车时间 t （小时）的关系如下图所示。

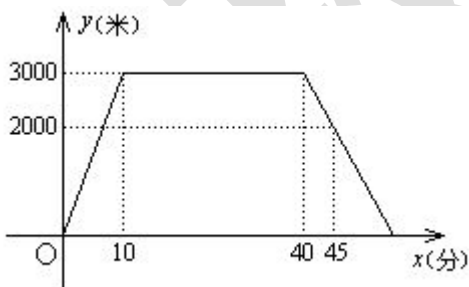
请结合图象解决下面问题:

- (1) 高铁的平均速度是每小时多少千米?
- (2) 当颖颖到达杭州火车站时, 乐乐距离游乐园还有多少千米?
- (3) 若乐乐要提前 18 分钟到达游乐园, 问私家车的速度必须达到多少千米/小时?

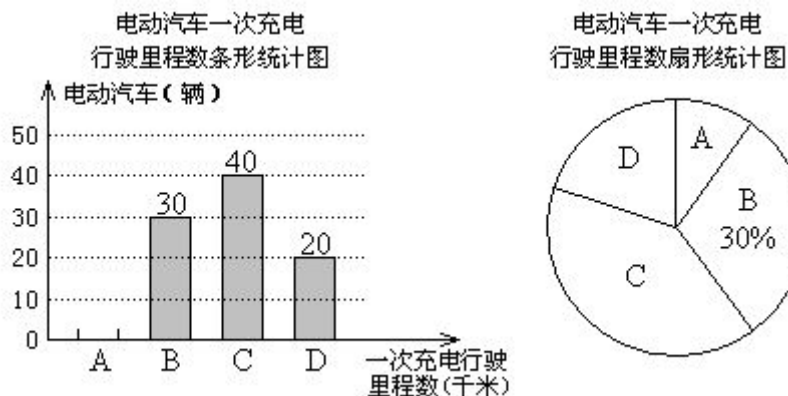


17. (2015 年浙江绍兴 8 分) 小敏上午 8:00 从家里出发, 骑车去一家超市购物, 然后从这家超市返回家中. 小敏离家的路程 y (米) 和所经过的时间 x (分) 之间的函数图象如图所示. 请根据图象回答下列问题:

- (1) 小敏去超市途中的速度是多少? 在超市逗留了多少时间?
- (2) 小敏几点几分返回到家?



18. (2015 年浙江绍兴 8 分) 为了解某种电动汽车的性能, 对这种电动汽车进行了抽检, 将一次充电后行驶的里程数分为 A, B, C, D 四个等级, 其中相应等级的里程依次为 200 千米, 210 千米, 220 千米, 230 千米, 获得如下不完整的统计图.

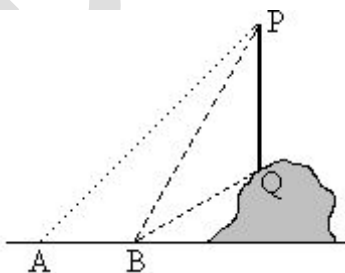


根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 问这次被抽检的电动汽车共有几辆？并补全条形统计图；
- (2) 估计这种电动汽车一次充电后行驶的平均里程数为多少千米？

19. (2015 年浙江绍兴 8 分) 如图，从地面上的点 A 看一山坡上的电线杆 PQ，测得杆顶端点 P 的仰角是 45° ，向前走 6m 到达 B 点，测得杆顶端点 P 和杆底端点 Q 的仰角分别是 60° 和 30° 。

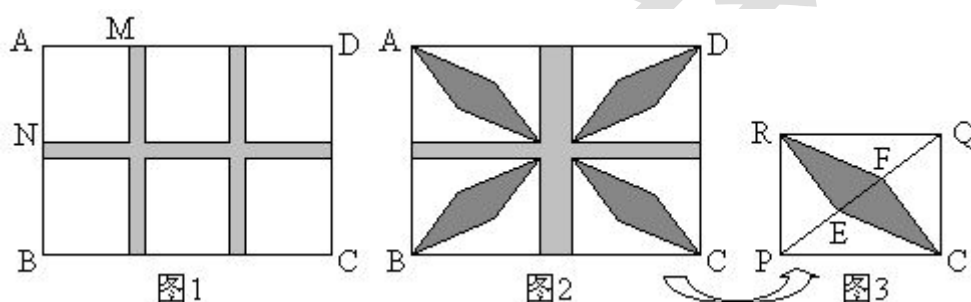
- (1) 求 $\angle BPQ$ 的度数；
- (2) 求该电线杆 PQ 的高度 (结果精确到 1m). 备用数据: $\sqrt{3} \approx 1.7$, $\sqrt{2} \approx 1.4$



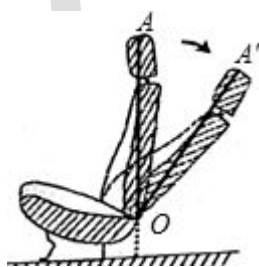
20. (2015 年浙江绍兴 12 分) 某校规划在一块长 AD 为 18m, 宽 AB 为 13m 的长方形场地 $ABCD$ 上, 设计分别与 AD , AB 平行的横向通道和纵向通道, 其余部分铺上草皮.

(1) 如图 1, 若设计三条通道, 一条横向, 两条纵向, 且它们的宽度相等, 其余六块草坪相同, 其中一块草坪两边之比 $AM:AN=8:9$, 问通道的宽是多少?

(2) 为了建造花坛, 要修改 (1) 中的方案, 如图 2, 将三条通道改为两条通道, 纵向的宽度改为横向宽度的 2 倍, 其余四块草坪相同, 且每一块草坪均有一边长为 8m, 这样能在这些草坪建造花坛. 如图 3, 在草坪 $RPCQ$ 中, 已知 $RE \perp PQ$ 于点 E , $CF \perp PQ$ 于点 F , 求花坛 $RECF$ 的面积.



21. (2015 年浙江台州 8 分) 如图, 这是一把可调节座椅的侧面示意图, 已知头枕上的点到调节器点 O 处的距离为 80cm, AO 与地面垂直, 现调整靠背, 把 OA 绕点 O 旋转 35° 到 OA' 处, 求调整后点 A' 比调整前点 A 的高度降低了多少 cm? (结果取整数)? (参考数据: $\sin 35^\circ \approx 0.57$, $\cos 35^\circ \approx 0.82$, $\tan 35^\circ \approx 0.70$)



22. (2015 年浙江台州 8 分) 图 1 中的摩天轮可抽象成一个圆, 圆上一点离地面的高度 y (m) 与旋转时间 x (min) 之间的关系如图 2 所示.

(1) 根据图 2 填表:

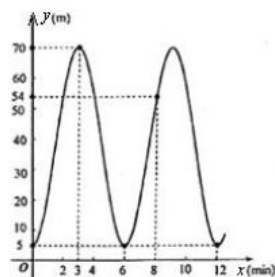
x (min)	0	3	6	8	12	...
y (m)						

(2) 变量 y 是 x 的函数吗? 为什么?

(3) 根据图中的信息, 请写出摩天轮的直径.

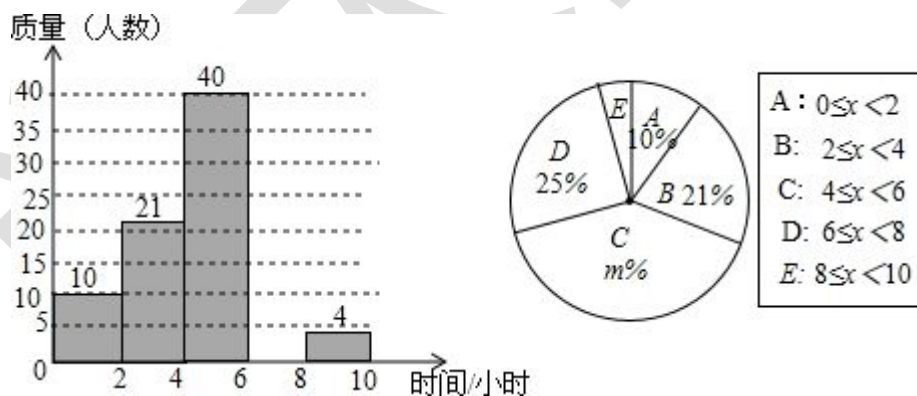


(图1)



(图2)

23. (2015 年浙江台州 10 分) 某校想了解学生每周的课外阅读时间情况, 随机调查了部分学生, 对学生每周的课外阅读时间 x (单位: 小时) 进行分组整理, 并绘制了如图所示的不完整的频数分布直方图和扇形统计图:



根据图中提供的信息, 解答下列问题:

(1) 补全频数分布直方图;

(2) 求扇形统计图中 m 的值和 E 组对应的圆心角度数;

(3) 请估计该校 3000 名学生中每周的课外阅读时间不小于 6 小时的人数.

24. (2015 年浙江温州 8 分) 某公司需招聘一名员工, 对应聘者甲、乙、丙从笔试、面试、体能三个方面进行量化考核. 甲、乙、丙各项得分如下表:

	笔试	面试	体能
甲	83	79	90
乙	85	80	75
丙	80	90	73

- (1) 根据三项得分的平均分, 从高到低确定三名应聘者的排名顺序;
- (2) 该公司规定: 笔试、面试、体能分分别不得低于 80 分、80 分、70 分, 并按 60%, 30%, 10% 的比例计入总分. 根据规定, 请你说明谁将被录用.

25. (2015 年浙江温州 10 分) 某农业观光园计划将一块面积为 900m^2 的园圃分成 A, B, C 三个区域, 分别种植甲、乙、丙三种花卉, 且每平方米栽种甲 3 株或乙 6 株或丙 12 株. 已知 B 区域面积是 A 的 2 倍, 设 A 区域面积为 $x(\text{m}^2)$.

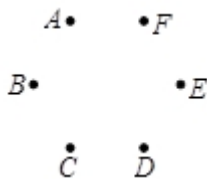
- (1) 求该园圃栽种的花卉总株数 y 关于 x 的函数表达式;
- (2) 若三种花卉共栽种 6600 株, 则 A, B, C 三个区域的面积分别是多少?
- (3) 已知三种花卉的单价 (都是整数) 之和为 45 元, 且差价均不超过 10 元, 在 (2) 的前提下, 全部栽种共需 84000 元, 请写出甲、乙、丙三种花卉中, 种植面积最大的花卉总价.

专题 19: 综合型问题



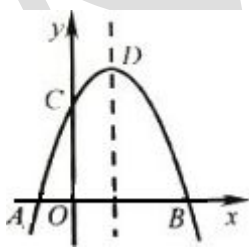
一. 选择题

1. (2015 年浙江杭州 3 分) 如图, 已知点 A, B, C, D, E, F 是边长为 1 的正六边形的顶点, 连接任意两点均可得到一条线段, 在连接两点所得的所有线段中任取一条线段, 取到长度为 $\sqrt{3}$ 的线段的概率为【 】



- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{9}$

2. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ 交 x 轴于点 $A(a, 0)$ 和 $B(b, 0)$, 交 y 轴于点 C , 抛物线的顶点为 D . 下列四个命题: ①当 $x > 0$ 时, $y > 0$; ②若 $a = -1$, 则 $b = 4$; ③抛物线上有两点 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$, 若 $x_1 < 1 < x_2$, 且 $x_1 + x_2 > 2$, 则 $y_1 > y_2$; ④点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 E , 点 G, F 分别在 x 轴和 y 轴上, 当 $m = 2$ 时, 四边形 $EDFG$ 周长的最小值为 $6\sqrt{2}$. 其中真命题的序号是【 】

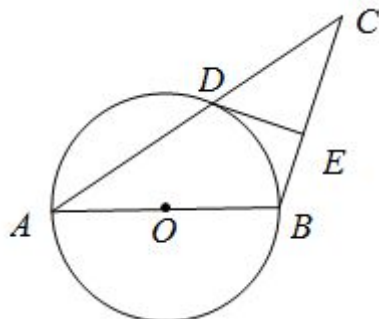


- A. ① B. ② C. ③ D. ④

3. (2015 年浙江宁波 4 分) 二次函数 $y = a(x-4)^2 - 4$ ($a \neq 0$) 的图象在 $2 < x < 3$ 这一段位于 x 轴的下方, 在 $6 < x < 7$ 这一段位于 x 轴的上方, 则 a 的值为【 】

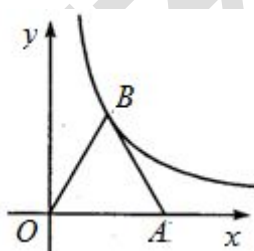
- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

4. (2015 年浙江衢州 3 分) 如图, 已知等腰 $\triangle ABC$, $AB = BC$, 以 AB 为直径的圆交 AC 于点 D , 过点 D 的 $\odot O$ 的切线交 BC 于点 E , 若 $CD = 5$, $CE = 4$, 则 $\odot O$ 的半径是【 】



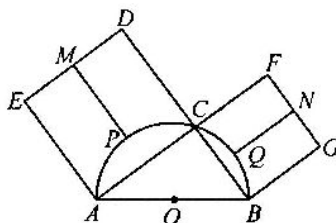
- A. 3 B. 4 C. $\frac{25}{6}$ D. $\frac{25}{8}$

5. (2015 年浙江温州 4 分) 如图, 点 A 的坐标是 $(2, 0)$, $\triangle ABO$ 是等边三角形, 点 B 在第一象限. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 B , 则 k 的值是【 】



- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

6. (2015 年浙江温州 4 分) 如图, C 是以 AB 为直径的半圆 O 上一点, 连结 AC , BC , 分别以 AC , BC 为边向外作正方形 $ACDE$, $BCFG$, DE , FG , AC , BC 的中点分别是 M , N , P , Q . 若 $MP + NQ = 14$, $AC + BC = 18$, 则 AB 的长是【 】



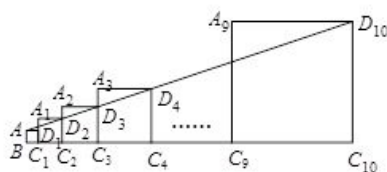
- A. $9\sqrt{2}$ B. $\frac{90}{7}$ C. 13 D. 16



二. 填空题

1. (2015 年浙江杭州 4 分) 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 设点 $P(1, t)$ 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上, 过点 P 作直线 l 与 x 轴平行, 点 Q 在直线 l 上, 满足 $QP = OP$, 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 Q , 则 $k =$ ▲

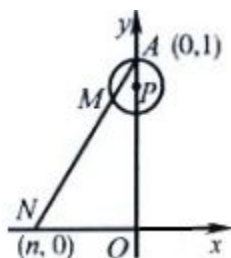
2. (2015 年浙江湖州 4 分) 已知正方形 $ABCD_1$ 的边长为 1, 延长 C_1D_1 到 A_1 , 以 A_1C_1 为边向右作正方形 $A_1C_1C_2D_2$, 延长 C_2D_2 到 A_2 , 以 A_2C_2 为边向右作正方形 $A_2C_2C_3D_3$ (如图所示), 以此类推..., 若 $A_1C_1 = 2$, 且点 $A, D_2, D_3, \dots, D_{10}$ 都在同一直线上, 则正方形 $A_9C_9C_{10}D_{10}$ 的边长是 ▲



3. (2015 年浙江嘉兴 5 分) 如图, 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, 1)$, 点 P 在线段 OA 上, 以 AP 为半径的 $\odot P$ 周长为 1. 点 M 从 A 开始沿 $\odot P$ 按逆时针方向转动, 射线 AM 交 x 轴于点 $N(n, 0)$. 设点 M 转过的路程为 m ($0 < m < 1$).

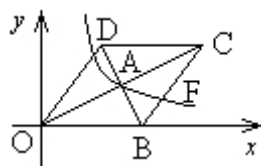
(1) 当 $m = \frac{1}{4}$ 时, $n =$ ▲;

(2) 随着点 M 的转动, 当 m 从 $\frac{1}{3}$ 变化到 $\frac{2}{3}$ 时, 点 N 相应移动的路径长为 ▲



4. (2015 年浙江金华 4 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $OBCD$ 的边 OB 在 x 轴正半轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过该菱形对角线的交点 A , 且与边 BC 交于点 F . 若

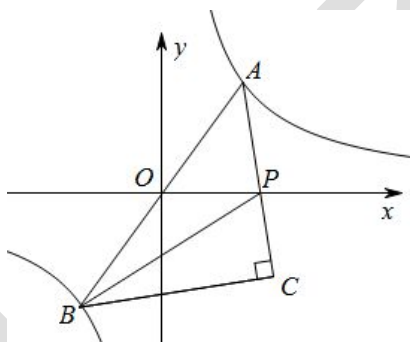
点 D 的坐标为 (6, 8)，则点 F 的坐标是 ▲



5. (2015 年浙江丽水 4 分) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1, -2\sqrt{2})$, 点 A 是该图象第一象限分支上的动点, 连结 AO 并延长交另一支于点 B, 以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC, 顶点 C 在第四象限, AC 与 x 轴交于点 P, 连结 BP.

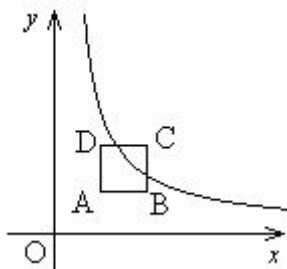
(1) k 的值为 ▲.

(2) 在点 A 运动过程中, 当 BP 平分 $\angle ABC$ 时, 点 C 的坐标是 ▲.



6. (2015 年浙江绍兴 5 分) 在平面直角坐标系的第一象限内, 边长为 1 的正方形 ABCD 的边均平行于坐标轴, A 点的坐标为 (a, a) . 如图, 若曲线 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 与此正方形的边有交点, 则 a 的取值范围是

▲

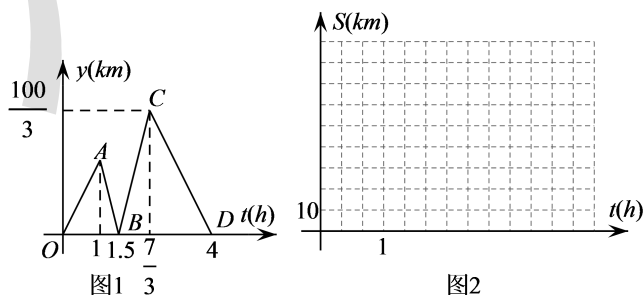




三. 解答题

1. (2015 年浙江杭州 12 分) 方成同学看到一则材料, 甲开汽车, 乙骑自行车从 M 地出发沿一条公路匀速前往 N 地, 设乙行驶的时间为 $t(h)$, 甲乙两人之间的距离为 $y(km)$, y 与 t 的函数关系如图 1 所示, 方成思考后发现了图 1 的部分正确信息, 乙先出发 $1h$, 甲出发 0.5 小时与乙相遇, ……., 请你帮助方成同学解决以下问题:

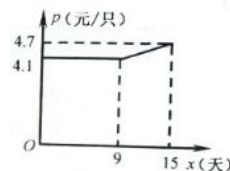
- (1) 分别求出线段 BC , CD 所在直线的函数表达式;
- (2) 当 $20 < y < 30$ 时, 求 t 的取值范围;
- (3) 分别求出甲、乙行驶的路程 $S_{甲}$ 、 $S_{乙}$ 与时间 t 的函数表达式, 并在图 2 所给的直角坐标系中分别画出它们的图象;
- (4) 丙骑摩托车与乙同时出发, 从 N 地沿同一条公路匀速前往 M 地, 若丙经过 $\frac{4}{3}h$ 与乙相遇, 问丙出发后多少时间与甲相遇.



2. (2015 年浙江嘉兴 12 分) 某企业接到一批粽子生产任务, 按要求在 15 天内完成, 约定这批粽子的出厂价为每只 6 元. 为按时完成任务, 该企业招收了新工人, 设新工人李明第 x 天生产的粽子数量为 y 只, y 与 x 满足如下关系式: $y = \begin{cases} 50x & (0 \leq x \leq 5) \\ 30x + 120 & (5 < x \leq 15) \end{cases}$.

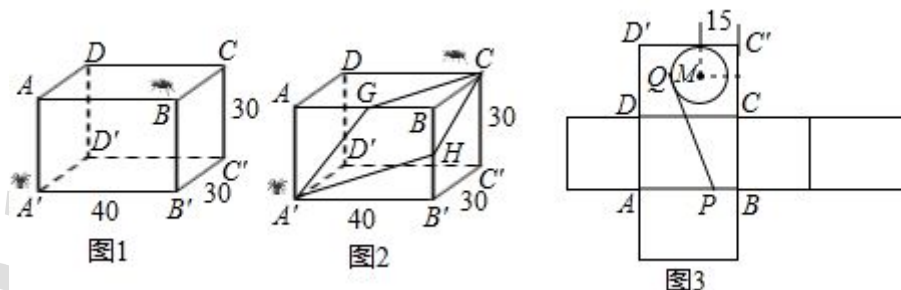
- (1) 李明第几天生产的粽子数量为 420 只?

(2) 如图, 设第 x 天每只粽子的成本是 p 元, p 与 x 之间的关系可用图中的函数图象来刻画. 若李明第 x 天创造的利润为 w 元, 求 w 与 x 之间的函数表达式, 并求出第几天的利润最大? 最大值是多少元 (利润=出厂价-成本)?



3. (2015 年浙江金华 10 分) 图 1, 图 2 为同一长方体房间的示意图, 图 2 为该长方体的表面展开图. (1) 蜘蛛在顶点 A' 处①苍蝇在顶点 B 处时, 试在图 1 中画出蜘蛛为捉住苍蝇, 沿墙面爬行的最近路线; ②苍蝇在顶点 C 处时, 图 2 中画出了蜘蛛捉住苍蝇的两条路线, 往天花板 $ABCD$ 爬行的最近路线 $A'GC$ 和往墙面 $BB'C'C$ 爬行的最近路线 $A'HC$, 试通过计算判断哪条路线更近?

(2) 在图 3 中, 半径为 10dm 的 $\odot M$ 与 $D'C'$ 相切, 圆心 M 到边 CC' 的距离为 15dm , 蜘蛛 P 在线段 AB 上, 苍蝇 Q 在 $\odot M$ 的圆周上, 线段 PQ 为蜘蛛爬行路线. 若 PQ 与 $\odot M$ 相切, 试求 PQ 的长度的范围.

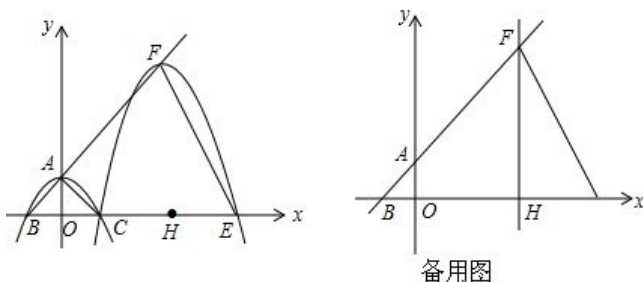


4. (2015 年浙江金华 12 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 A , 与 x 轴交于点 B, C 两点 (点 C 在 x 轴正半轴上), $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且面积为 4. 现将抛物线沿 BA 方向平移, 平移后的抛物线经过点 C 时, 与 x 轴的另一交点为 E , 其顶点为 F , 对称轴与 x 轴的交点为 H .

(1) 求 a, c 的值;

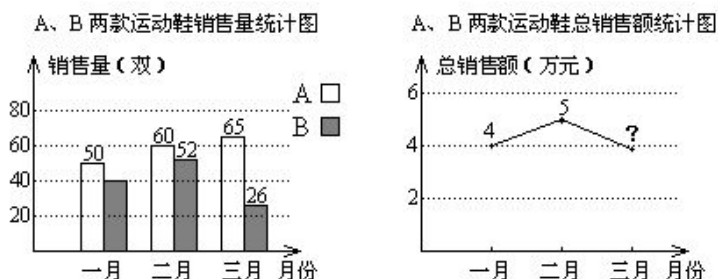
(2) 连结 OF ，试判断 $\triangle OEF$ 是否为等腰三角形，并说明理由；

(3) 现将一足够大的三角板的直角顶点 Q 放在射线 AF 或射线 HF 上，一直角边始终过点 E ，另一直角边与 y 轴相交于点 P ，是否存在这样的点 Q ，使以点 P, Q, E 为顶点的三角形与 $\triangle POE$ 全等？若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由。



5. (2015 年浙江丽水 8 分) 某运动品牌对第一季度 A、B 两款运动鞋的销售情况进行统计，两款运动鞋的销售量及总销售额如图所示：

- (1) 一月份 B 款运动鞋的销售量是 A 款的 $\frac{4}{5}$ ，则一月份 B 款运动鞋销售了多少双？
- (2) 第一季度这两款运动鞋的销售单价保持不变，求三月份的总销售额（销售额 = 销售单价 \times 销售量）；
- (3) 结合第一季度的销售情况，请你对这两款运动鞋的进货、销售等方面提出一条建议。



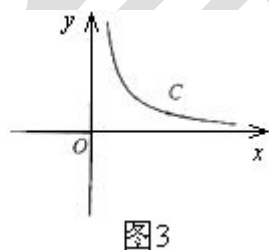
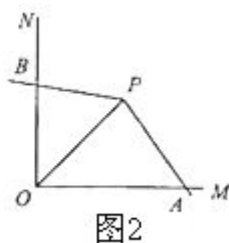
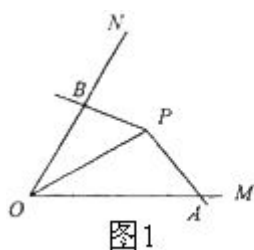
6. (2015 年浙江宁波 12 分) 如图 1，点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点，以 P 为顶点的角的

两边分别与射线 OM, ON 交于 A, B 两点, 如果 $\angle APB$ 绕点 P 旋转时始终满足 $OA \cdot OB = OP^2$, 我们就把 $\angle APB$ 叫做 $\angle MON$ 的智慧角.

(1) 如图 2, 已知 $\angle MON=90^\circ$, 点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点, 以点 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM, ON 交于 A, B 两点, 且 $\angle APB=135^\circ$. 求证: $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角;

(2) 如图 1, 已知 $\angle MON=\alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), $OP=2$, 若 $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角, 连结 AB , 用含 α 的式子分别表示 $\angle APB$ 的度数和 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 如图 3, C 是函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 图象上的一个动点, 过点 C 的直线 CD 分别交 x 轴和 y 轴于点 A, B 两点, 且满足 $BC=2CA$, 请求出 $\angle AOB$ 的智慧角 $\angle APB$ 的顶点 P 的坐标.

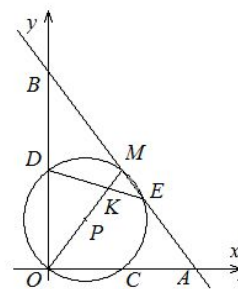
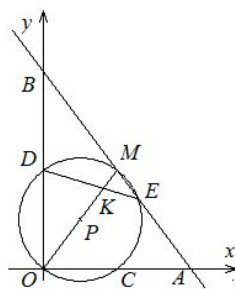


7. (2015 年浙江宁波 14 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 M 是第一象限内一点, 过 M 的直线分别交 x 轴, y 轴的正半轴于 A, B 两点, 且 M 是 AB 的中点. 以 OM 为直径的 $\odot P$ 分别交 x 轴, y 轴于 C, D 两点, 交直线 AB 于点 E (位于点 M 右下方), 连结 DE 交 OM 于点 K .

(1) 若点 M 的坐标为 $(3, 4)$, ①求 A, B 两点的坐标; ②求 ME 的长;

(2) 若 $\frac{OK}{MK} = 3$, 求 $\angle OBA$ 的度数;

(3) 设 $\tan \angle OBA = x$ ($0 < x < 1$), $\frac{OK}{MK} = y$, 直接写出 y 关于 x 的函数解析式.



(备用图)

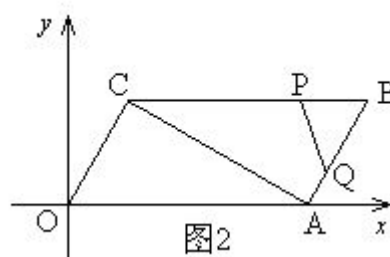
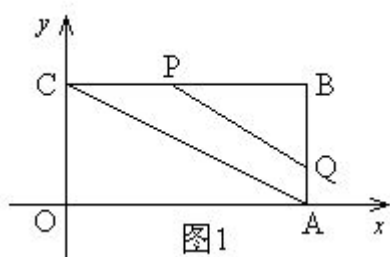
8. (2015 年浙江绍兴 14 分) 在平面直角坐标系中, O 为原点, 四边形 $OABC$ 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上, $OA=4$, $OC=2$, 点 P , 点 Q 分别是边 BC , 边 AB 上的点, 连结 AC , PQ , 点 B_1 是点 B 关于 PQ 的对称点.

(1) 若四边形 $OABC$ 为矩形, 如图 1,

①求点 B 的坐标;

②若 $BQ:BP=1:2$, 且点 B_1 落在 OA 上, 求点 B_1 的坐标;

(2) 若四边形 $OABC$ 为平行四边形, 如图 2, 且 $OC \perp AC$, 过点 B_1 作 $B_1F \parallel x$ 轴, 与对角线 AC 、边 OC 分别交于点 E 、点 F . 若 $B_1E:B_1F=1:3$, 点 B_1 的横坐标为 m , 求点 B_1 的纵坐标, 并直接写出 m 的取值范围.



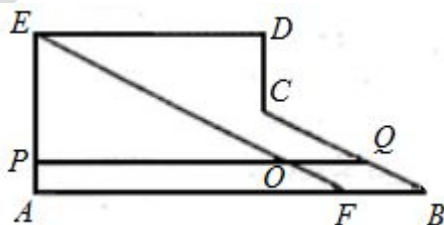
9. (2015 年浙江台州 12 分) 如图, 在多边形 $ABCDE$ 中, $\angle A = \angle AED = \angle D = 90^\circ$, $AB=5$, $AE=2$, $ED=3$, 过点 E 作 $EF \parallel CB$ 交 AB 于点 F , $FB=1$, 过 AE 上的点 P 作 $PQ \parallel AB$ 交线段 EF 于点 O , 交折线 BCD 于点 Q , 设 $AP=x$, $PO \cdot OQ=y$.

(1) ①延长 BC 交 ED 于点 M , 则 $MD=$ \blacktriangle , $DC=$ \blacktriangle

②求 y 关于 x 的函数解析式;

(2) 当 $a \leq x \leq \frac{1}{2}$ ($a > 0$) 时, $9a \leq y \leq 6b$, 求 a, b 的值;

(3) 当 $1 \leq y \leq 3$ 时, 请直接写出 x 的取值范围.



专题 20: 压轴题

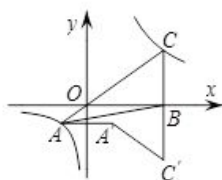


一. 选择题

1. (2015 年浙江杭州 3 分) 设二次函数 $y_1 = a(x - x_1)(x - x_2)$ ($a \neq 0, x_1 \neq x_2$) 的图象与一次函数 $y_2 = dx + e$ ($d \neq 0$) 的图象交于点 $(x_1, 0)$, 若函数 $y = y_2 + y_1$ 的图象与 x 轴仅有一个交点, 则【 】

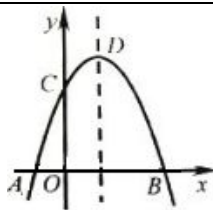
A. $a(x_1 - x_2) = d$ B. $a(x_2 - x_1) = d$ C. $a(x_1 - x_2)^2 = d$ D. $a(x_1 + x_2)^2 = d$

2. (2015 年浙江湖州 3 分) 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 是坐标原点, 点 A 是函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x < 0$) 图象上一点, AO 的延长线交函数 $y = \frac{k^2}{x}$ ($x > 0, k$ 是不等于 0 的常数) 的图象于点 C , 点 A 关于 y 轴的对称点为 A' , 点 C 关于 x 轴的对称点为 C' , 连接 CC' , 交 x 轴于点 B , 连结 $AB, AA', A'C'$, 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 6, 则由线段 $AC, CC', C'A', A'A$ 所围成的图形的面积等于【 】



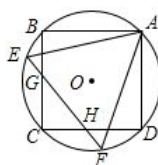
A. 8 B. 10 C. $3\sqrt{10}$ D. $4\sqrt{6}$

3. (2015 年浙江嘉兴 4 分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + m + 1$ 交 x 轴于点 $A(a, 0)$ 和 $B(b, 0)$, 交 y 轴于点 C , 抛物线的顶点为 D . 下列四个命题: ①当 $x > 0$ 时, $y > 0$; ②若 $a = -1$, 则 $b = 4$; ③抛物线上有两点 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$, 若 $x_1 < 1 < x_2$, 且 $x_1 + x_2 > 2$, 则 $y_1 > y_2$; ④点 C 关于抛物线对称轴的对称点为 E , 点 G, F 分别在 x 轴和 y 轴上, 当 $m = 2$ 时, 四边形 $EDFG$ 周长的最小值为 $6\sqrt{2}$. 其中真命题的序号是【 】



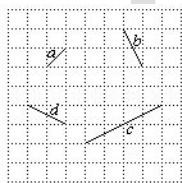
- A. ① B. ② C. ③ D. ④

4. (2015 年浙江金华 3 分) 如图, 正方形 ABCD 和正三角形 AEF 都内接于 $\odot O$, EF 与 BC, CD 分别相交于点 G, H, 则 $\frac{EF}{GH}$ 的值是【 】



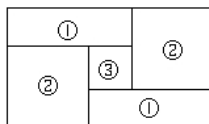
- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

5. (2015 年浙江丽水 3 分) 如图, 在方格纸中, 线段 a , b , c , d 的端点在格点上, 通过平移其中两条线段, 使得和第三条线段首尾相接组成三角形, 则能组成三角形的不同平移方法有【 】



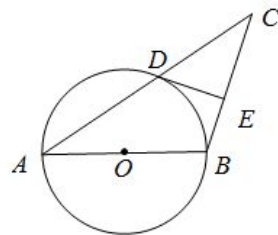
- A. 3 种 B. 6 种 C. 8 种 D. 12 种

6. (2015 年浙江宁波 4 分) 如图, 小明家的住房平面图呈长方形, 被分割成 3 个正方形和 2 个长方形后仍是中心对称图形. 若只知道原住房平面图长方形的周长, 则分割后不用测量就能知道周长的图形标号为【 】



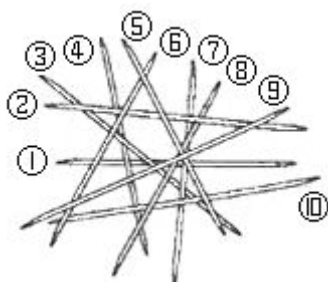
- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

7. (2015 年浙江衢州 3 分) 如图, 已知等腰 $\triangle ABC$, $AB = BC$, 以 AB 为直径的圆交 AC 于点 D , 过点 D 的 $\odot O$ 的切线交 BC 于点 E , 若 $CD = 5$, $CE = 4$, 则 $\odot O$ 的半径是【 】



- A. 3 B. 4 C. $\frac{25}{6}$ D. $\frac{25}{8}$

8. (2015 年浙江绍兴 4 分) 挑游戏棒是一种好玩的游戏, 游戏规则: 当一根棒条没有被其它棒条压着时, 就可以把它往上拿走. 如图中, 按照这一规则, 第 1 次应拿走⑨号棒, 第 2 次应拿走⑤号棒, ..., 则第 6 次应拿走【 】

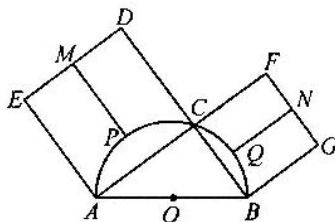


- A. ②号棒 B. ⑦号棒 C. ⑧号棒 D. ⑩号棒

9. (2015 年浙江台州 4 分) 某班有 20 位同学参加围棋、象棋比赛, 甲说: “只参加一项的人数大于 14 人”; 乙说: “两项都参加的人数小于 5 人”. 对于甲、乙两人的说法, 有下列四个命题, 其中真命题的是【 】

- A. 若甲对, 则乙对 B. 若乙对, 则甲对 C. 若乙错, 则甲错 D. 若甲错, 则乙对

10. (2015 年浙江温州 4 分) 如图, C 是以 AB 为直径的半圆 O 上一点, 连结 AC, BC, 分别以 AC, BC 为边向外作正方形 ACDE, BCFG, DE, FG, AC, BC 的中点分别是 M, N, P, Q. 若 $MP+NQ=14$, $AC+BC=18$, 则 AB 的长是【 】



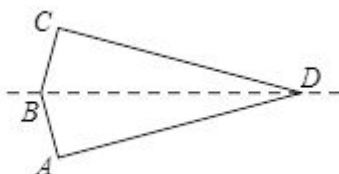
- A. $9\sqrt{2}$ B. $\frac{90}{7}$ C. 13 D. 16



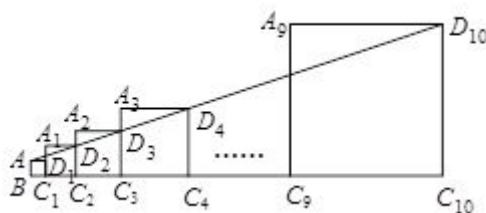
二. 填空题

1. (2015 年浙江杭州 4 分) 如图, 在四边形纸片 ABCD 中, $AB=BC$, $AD=CD$, $\angle A=\angle C=90^\circ$,

$\angle B=150^\circ$, 将纸片先沿直线 BD 对折, 再将对折后的图形沿从一个顶点出发的直线裁剪, 剪开后的图形打开铺平, 若铺平后的图形中有一个是面积为 2 的平行四边形, 则 $CD=$ ▲



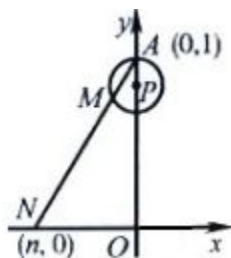
2. (2015 年浙江湖州 4 分) 已知正方形 ABC_1D_1 的边长为 1, 延长 C_1D_1 到 A_1 , 以 A_1C_1 为边向右作正方形 $A_1C_1C_2D_2$, 延长 C_2D_2 到 A_2 , 以 A_2C_2 为边向右作正方形 $A_2C_2C_3D_3$ (如图所示), 以此类推..., 若 $A_1C_1=2$, 且点 $A, D_2, D_3, \dots, D_{10}$ 都在同一直线上, 则正方形 $A_9C_9C_{10}D_{10}$ 的边长是 ▲



3. (2015 年浙江嘉兴 5 分) 如图, 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, 1)$, 点 P 在线段 OA 上, 以 AP 为半径的 $\odot P$ 周长为 1. 点 M 从 A 开始沿 $\odot P$ 按逆时针方向转动, 射线 AM 交 x 轴于点 $N(n, 0)$. 设点 M 转过的路程为 m ($0 < m < 1$).

(1) 当 $m = \frac{1}{4}$ 时, $n =$ ▲ ;

(2) 随着点 M 的转动, 当 m 从 $\frac{1}{3}$ 变化到 $\frac{2}{3}$ 时, 点 N 相应移动的路径长为 ▲



4. (2015 年浙江金华 4 分) 图 1 是一张可以折叠的小床展开后支撑起来放在地面的示意图, 此时, 点 A, B, C 在同一直线上, 且 $\angle ACD=90^\circ$. 图 2 是小床支撑脚 CD 折叠的示意图, 在折叠过程中, $\triangle ACD$ 变形为四边形 $ABC'D'$, 最后折叠形成一条线段 BD'' .

(1) 小床这样设计应用的数学原理是_____▲_____

(2) 若 $AB:BC=1:4$, 则 $\tan\angle CAD$ 的值是_____▲_____



图1

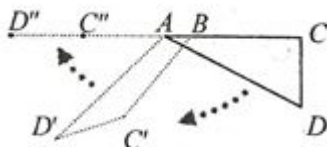
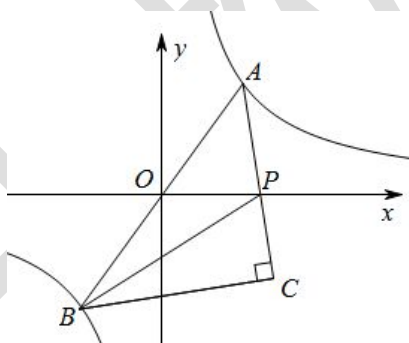


图2

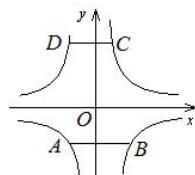
5. (2015年浙江丽水4分) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(-1, -2\sqrt{2})$, 点 A 是该图象第一象限分支上的动点, 连结 AO 并延长交另一支于点 B , 以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC , 顶点 C 在第四象限, AC 与 x 轴交于点 P , 连结 BP .

(1) k 的值为_____▲_____.

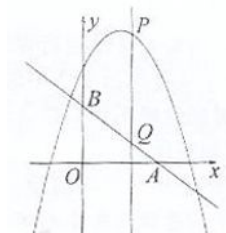
(2) 在点 A 运动过程中, 当 BP 平分 $\angle ABC$ 时, 点 C 的坐标是_____▲_____.



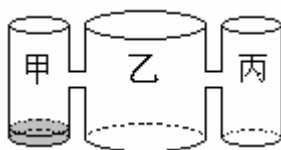
6. (2015年浙江宁波4分) 如图, 已知点 A, C 在反比例函数 $y = \frac{a}{x} (a > 0)$ 的图象上, 点 B, D 在反比例函数 $y = \frac{b}{x} (b < 0)$ 的图象上, $AB \parallel CD \parallel x$ 轴, AB, CD 在 x 轴的两侧, $AB=3$, $CD=2$, AB 与 CD 的距离为 5, 则 $a-b$ 的值是_____▲_____



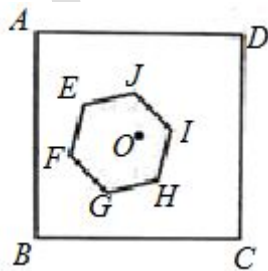
7. (2015年浙江衢州4分) 如图, 已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 A, B , P 是抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 5$ 上的一个动点, 其横坐标为 a , 过点 P 且平行于 y 轴的直线交直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 于点 Q , 则当 $PQ = BQ$ 时, a 的值是_____▲_____.



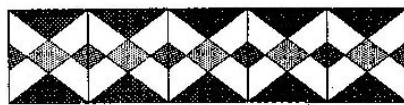
8. (2015 年浙江绍兴 5 分) 实验室里, 水平桌面上有甲、乙、丙三个圆柱形容器(容器足够高), 底面半径之比为 1: 2: 1, 用两个相同的管子在容器的 5cm 高度处连通(即管子底端离容器底 5cm), 现三个容器中, 只有甲中有水, 水位高 1cm, 如图所示. 若每分钟同时向乙和丙注入相同量的水, 开始注水 1 分钟, 乙的水位上升 $\frac{5}{6}$ cm, 则开始注入 ▲ 分钟的水量后, 甲与乙的水位高度之差是 0.5cm.



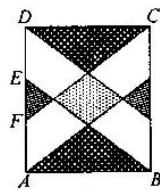
9. (2015 年浙江台州 5 分) 如图, 正方形 ABCD 的边长为 1, 中心为点 O, 有一边长大小不定的正六边形 EFGHIJ 绕点 O 可任意旋转, 在旋转过程中, 这个正六边形始终在正方形 ABCD 内(包括正方形的边), 当这个六边形的边长最大时, AE 的最小值为 ▲



10. (2015 年浙江温州 5 分) 图甲是小明设计的带图案的花边作品, 该作品由形如图乙的矩形图案拼接而成(不重叠, 无缝隙). 图乙中, $\frac{AB}{BC} = \frac{6}{7}$, EF=4cm, 上下两个阴影三角形的面积之和为 54cm^2 , 其内部菱形由两组距离相等的平行线交叉得到, 则该菱形的周长为 ▲ cm



甲



乙



三. 解答题

1. (2015 年浙江杭州 12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中 ($BC > AC$), $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在 AB 边上,

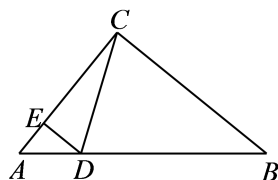
$DE \perp AC$ 于点 E

(1) 若 $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{3}$, $AE = 2$, 求 EC 的长

(2) 设点 F 在线段 EC 上, 点 G 在射线 CB 上, 以 F, C, G 为顶点的三角形与 $\triangle EDC$ 有一

个锐角相等, FG 交 CD 于点 P , 问: 线段 CP 可能是 $\triangle CFG$ 的高线还是中线? 或两者都有

可能? 请说明理由

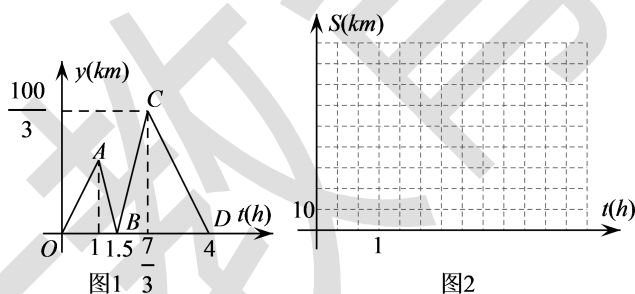


2. (2015 年浙江杭州 12 分) 方成同学看到一则材料, 甲开汽车, 乙骑自行车从 M 地出发沿一条公路匀速前往 N 地, 设乙行驶的时间为 $t(h)$, 甲乙两人之间的距离为 $y(km)$, y 与 t

的函数关系如图 1 所示，方成思考后发现了图 1 的部分正确信息，乙先出发 $1h$ ，甲出发 0.5

小时与乙相遇，……，请你帮助方成同学解决以下问题：

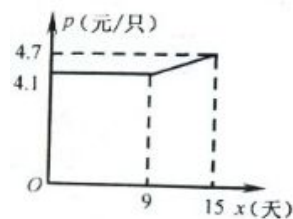
- (1) 分别求出线段 BC ， CD 所在直线的函数表达式；
- (2) 当 $20 < y < 30$ 时，求 t 的取值范围；
- (3) 分别求出甲、乙行驶的路程 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$ 与时间 t 的函数表达式，并在图 2 所给的直角坐标系中分别画出它们的图象；
- (4) 丙骑摩托车与乙同时出发，从 N 地沿同一条公路匀速前往 M 地，若丙经过 $\frac{4}{3}h$ 与乙相遇，问丙出发后多少时间与甲相遇。



3. (2015 年浙江嘉兴 12 分) 某企业接到一批粽子生产任务，按要求在 15 天内完成，约定这批粽子的出厂价为每只 6 元。为按时完成任务，该企业招收了新工人，设新工人李明第 x

天生产的粽子数量为 y 只， y 与 x 满足如下关系式：
$$y = \begin{cases} 50x & (0 \leq x \leq 5) \\ 30x + 120 & (5 < x \leq 15) \end{cases}$$

- (1) 李明第几天生产的粽子数量为 420 只？
- (2) 如图，设第 x 天每只粽子的成本是 p 元， p 与 x 之间的关系可用图中的函数图象来刻画。若李明第 x 天创造的利润为 w 元，求 w 与 x 之间的函数表达式，并求出第几天的利润最大？最大值是多少元（利润=出厂价-成本）？



4. (2015 年浙江嘉兴 14 分) 类比等腰三角形的定义, 我们定义: 有一组邻边相等的凸四边形叫做“等邻边四边形”.

(1) 概念理解:

如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, 添加一个条件, 使得四边形 $ABCD$ 是“等邻边四边形”, 请写出你添加的一个条件;

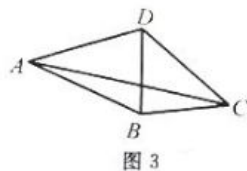
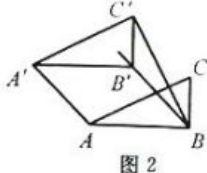
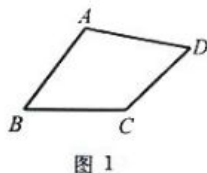
(2) 问题探究:

①小红猜想: 对角线互相平分的“等邻边四边形”是菱形, 她的猜想正确吗? 请说明理由;

②如图 2, 小红画了一个 $Rt\triangle ABC$, 其中 $\angle ABC=90^\circ$, $AB=2$, $BC=1$, 并将 $Rt\triangle ABC$ 沿 $\angle B$ 的平分线 BB' 方向平移得到 $\triangle A'B'C'$, 连结 AA' , BC' . 小红要使平移后的四边形 $ABC'A'$ 是“等邻边四边形”, 应平移多少距离 (即线段 BB' 的长)?

(3) 应用拓展:

如图 3, “等邻边四边形” $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle BAD+\angle BCD=90^\circ$, AC , BD 为对角线, $AC=\sqrt{2}AB$. 试探究 BC , CD , BD 的数量关系.



5. (2015 年浙江湖州 10 分) 问题背景: 已知在 $\triangle ABC$ 中, AB 边上的动点 D 由 A 向 B 运动 (与 A , B 不重合), 点 E 与点 D 同时出发, 由点 C 沿 BC 的延长线方向运动 (E 不与 C 重合), 连结 DE 交 AC 于点 F , 点 H 是线段 AF 上一点

(1) 初步尝试: 如图 1, 若 $\triangle ABC$ 是等边三角形, $DH \perp AC$, 且点 D , E 的运动速度相等,

求证: $HF=AH+CF$

小王同学发现可以由以下两种思路解决此问题:

思路一: 过点 D 作 $DG \parallel BC$, 交 AC 于点 G , 先证 $GH=AH$, 再证 $GF=CF$, 从而证得结论成

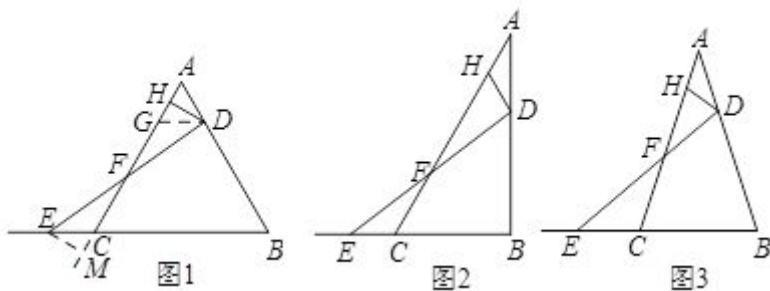
立;

思路二: 过点 E 作 $EM \perp AC$, 交 AC 的延长线于点 M , 先证 $CM = AH$, 再证 $HF = MF$, 从而证得结论成立.

请你任选一种思路, 完整地书写本小题的证明过程(如用两种方法作答, 则以第一种方法评分)

(2) 类比探究: 如图 2, 若在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ADH = \angle BAC = 30^\circ$, 且点 D, E 的运动速度之比是 $\sqrt{3}:1$, 求 $\frac{AC}{HF}$ 的值;

(3) 延伸拓展: 如图 3, 若在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle ADH = \angle BAC = 36^\circ$, 记 $\frac{BC}{AB} = m$, 且点 D, E 的运动速度相等, 试用含 m 的代数式表示 $\frac{AC}{HF}$ (直接写出结果, 不必写解答过程).



6. (2015 年浙江湖州 12 分) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点, 线段 AB 的两个端点 $A(0, 2)$, $B(1, 0)$ 分别在 y 轴和 x 轴的正半轴上, 点 C 为线段 AB 的中点, 现将线段 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转

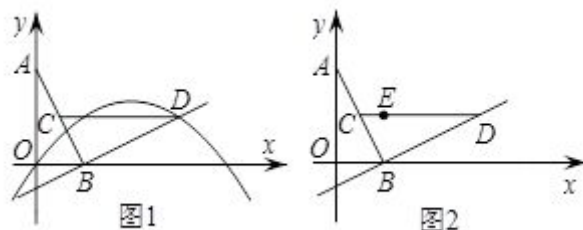
90°得到线段 BD ，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 经过点 D 。

(1) 如图 1，若该抛物线经过原点 O ，且 $a=-\frac{1}{3}$ 。

①求点 D 的坐标及该抛物线的解析式；

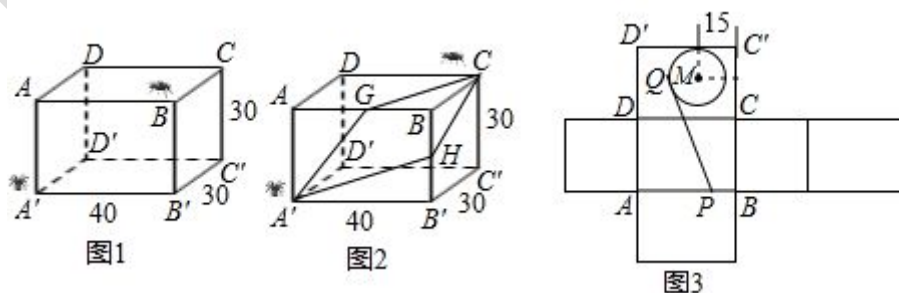
②连结 CD ，问：在抛物线上是否存在点 P ，使得 $\angle POB$ 与 $\angle BCD$ 互余？若存在，请求出所有满足条件的点 P 的坐标，若不存在，请说明理由；

(2) 如图 2，若该抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 经过点 $E(1, 1)$ ，点 Q 在抛物线上，且满足 $\angle QOB$ 与 $\angle BCD$ 互余，若符合条件的 Q 点的个数是 4 个，请直接写出 a 的取值范围。



7. (2015 年浙江金华 10 分) 图 1，图 2 为同一长方体房间的示意图，图 2 为该长方体的表面展开图。(1) 蜘蛛在顶点 A' 处①苍蝇在顶点 B 处时，试在图 1 中画出蜘蛛为捉住苍蝇，沿墙面爬行的最近路线；②苍蝇在顶点 C 处时，图 2 中画出了蜘蛛捉住苍蝇的两条路线，往天花板 $ABCD$ 爬行的最近路线 $A'GC$ 和往墙面 $BB'C'C$ 爬行的最近路线 $A'HC$ ，试通过计算判断哪条路线更近？

(2) 在图 3 中，半径为 10dm 的 $\odot M$ 与 $D'C'$ 相切，圆心 M 到边 CC' 的距离为 15dm，蜘蛛 P 在线段 AB 上，苍蝇 Q 在 $\odot M$ 的圆周上，线段 PQ 为蜘蛛爬行路线。若 PQ 与 $\odot M$ 相切，试求 PQ 的长度的范围。



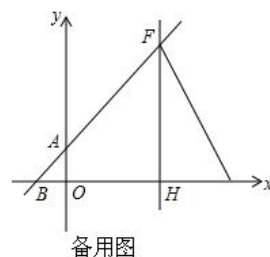
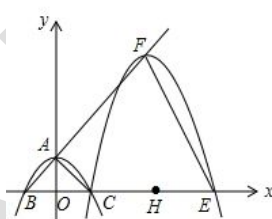
8. (2015 年浙江金华 12 分) 如图，抛物线 $y=ax^2+c(a \neq 0)$ 与 y 轴交于点 A ，与 x 轴交于

点 B, C 两点 (点 C 在 x 轴正半轴上), $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且面积为 4. 现将抛物线沿 BA 方向平移, 平移后的抛物线经过点 C 时, 与 x 轴的另一交点为 E, 其顶点为 F, 对称轴与 x 轴的交点为 H.

(1) 求 a, c 的值;

(2) 连结 OF, 试判断 $\triangle OEF$ 是否为等腰三角形, 并说明理由;

(3) 现将一足够大的三角板的直角顶点 Q 放在射线 AF 或射线 HF 上, 一直角边始终过点 E, 另一直角边与 y 轴相交于点 P, 是否存在这样的点 Q, 使以点 P, Q, E 为顶点的三角形与 $\triangle POE$ 全等? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

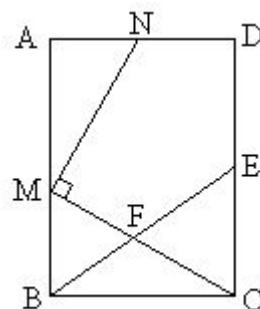


9. (2015 年浙江丽水 10 分) 如图, 在矩形 ABCD 中, E 为 CD 的中点, F 为 BE 上的一点, 连结 CF 并延长交 AB 于点 M, $MN \perp CM$ 交射线 AD 于点 N.

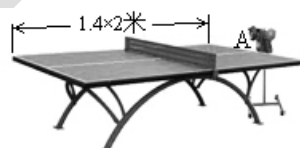
(1) 当 F 为 BE 中点时, 求证: $AM = CE$;

(2) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{BF} = 2$, 求 $\frac{AN}{ND}$ 的值;

(3) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{BF} = n$, 当 n 为何值时, $MN \parallel BE$?



10. (2015 年浙江丽水 12 分) 某乒乓球馆使用发球机进行辅助训练, 出球口在桌面中线端点 A 处的正上方, 假设每次发出的乒乓球的运动路线固定不变, 且落在中线上, 在乒乓球运行时, 设乒乓球与端点 A 的水平距离为 x (米), 与桌面的高度为 y (米), 运行时间为 t (秒), 经多次测试后, 得到如下部分数据:



t (秒)	0	0.16	0.2	0.4	0.6	0.64	0.8	...
x (米)	0	0.4	0.5	1	1.5	1.6	2	...
y (米)	0.25	0.378	0.4	0.45	0.4	0.378	0.25	...

(1) 当 t 为何值时, 乒乓球达到最大高度?

(2) 乒乓球落在桌面时, 与端点 A 的水平距离是多少?

(3) 乒乓球落在桌面上弹起后, y 与 x 满足 $y = a(x-3)^2 + k$

①用含 a 的代数式表示 k ;

②球网高度为 0.14 米, 球桌长 (1.4×2) 米, 若球弹起后, 恰好有唯一的击球点, 可以将球沿直线扣杀到点 A, 求 a 的值.

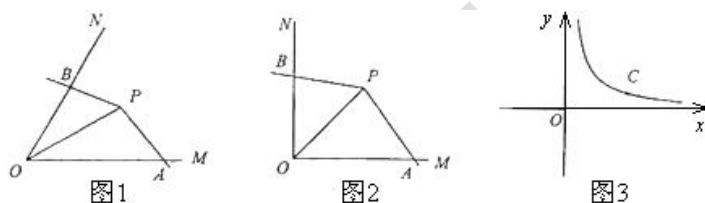
11. (2015 年浙江宁波 12 分) 如图 1, 点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点, 以 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM, ON 交于 A, B 两点, 如果 $\angle APB$ 绕点 P 旋转时始终满足 $OA \cdot OB = OP^2$, 我们就把 $\angle APB$ 叫做 $\angle MON$ 的智慧角.

(1) 如图 2, 已知 $\angle MON = 90^\circ$, 点 P 为 $\angle MON$ 的平分线上一点, 以点 P 为顶点的角的两

边分别与射线 OM , ON 交于 A , B 两点, 且 $\angle APB = 135^\circ$. 求证: $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角;

(2) 如图 1, 已知 $\angle MON = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), $OP = 2$, 若 $\angle APB$ 是 $\angle MON$ 的智慧角, 连结 AB , 用含 α 的式子分别表示 $\angle APB$ 的度数和 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 如图 3, C 是函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 图象上的一个动点, 过点 C 的直线 CD 分别交 x 轴和 y 轴于点 A , B 两点, 且满足 $BC = 2CA$, 请求出 $\angle AOB$ 的智慧角 $\angle APB$ 的顶点 P 的坐标.

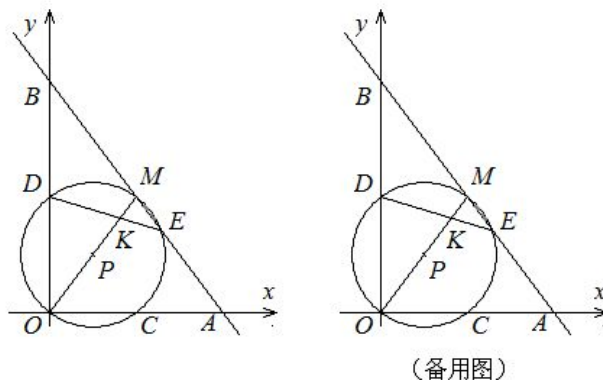


12. (2015 年浙江宁波 14 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 M 是第一象限内一点, 过 M 的直线分别交 x 轴, y 轴的正半轴于 A , B 两点, 且 M 是 AB 的中点. 以 OM 为直径的 $\odot P$ 分别交 x 轴, y 轴于 C , D 两点, 交直线 AB 于点 E (位于点 M 右下方), 连结 DE 交 OM 于点 K .

(1) 若点 M 的坐标为 $(3, 4)$, ①求 A , B 两点的坐标; ②求 ME 的长;

(2) 若 $\frac{OK}{MK} = 3$, 求 $\angle OBA$ 的度数;

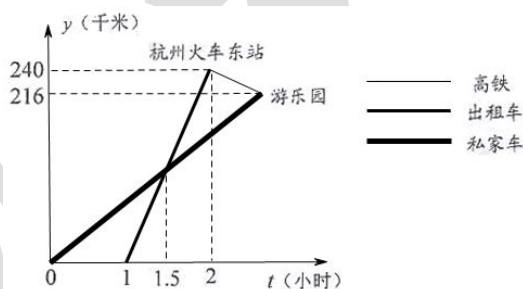
(3) 设 $\tan \angle OBA = x$ ($0 < x < 1$), $\frac{OK}{MK} = y$, 直接写出 y 关于 x 的函数解析式.



13. (2015 年浙江衢州 10 分) 高铁的开通, 给衢州市民出行带来了极大的方便. 五一期间, 乐乐和颖颖相约到杭州市的某游乐园游玩, 乐乐乘私家车从衢州出发 1 小时后, 颖颖乘高铁从衢州出发, 先到杭州火车东站, 然后乘出租车去游乐园 (换车时间忽略不计), 两人恰好同时到达游乐园. 他们离开衢州的距离 y (千米) 与乘车时间 t (小时) 的关系如下图所示.

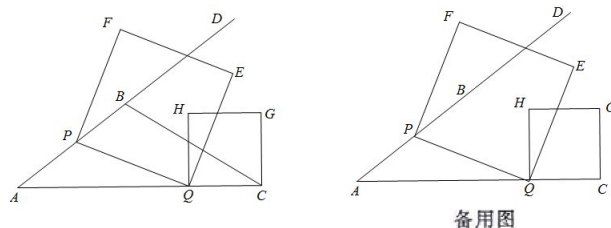
请结合图象解决下面问题:

- (1) 高铁的平均速度是每小时多少千米?
- (2) 当颖颖到达杭州火车东站时, 乐乐距离游乐园还有多少千米?
- (3) 若乐乐要提前 18 分钟到达游乐园, 问私家车的速度必须达到多少千米/小时?



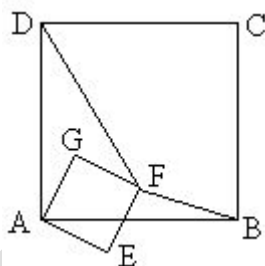
14. (2015 年浙江衢州 12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $AC = 9$, $S_{\triangle ABC} = \frac{27}{2}$, 动点 P 从 A 点出发, 沿射线 AB 方向以每秒 5 个单位的速度运动, 动点 Q 从 C 点出发, 以相同的速度在线段 AC 上由 C 向 A 运动, 当 Q 点运动到 A 点时, P 、 Q 两点同时停止运动. 以 PQ 为边作正方形 $PQEF$ (P 、 Q 、 E 、 F 按逆时针排序), 以 CQ 为边在 AC 上方作正方形 $QCGH$.

- (1) 求 $\tan A$ 的值;
- (2) 设点 P 运动时间为 t , 正方形 $PQEF$ 的面积为 S , 请探究 S 是否存在最小值? 若存在, 求出这个最小值, 若不存在, 请说明理由;
- (3) 当 t 为何值时, 正方形 $PQEF$ 的某个顶点 (Q 点除外) 落在正方形 $QCGH$ 的边上, 请直接写出 t 的值.



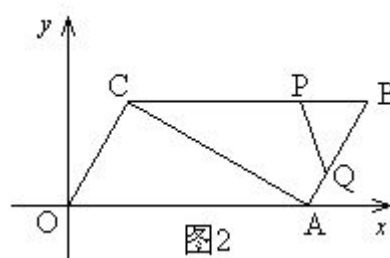
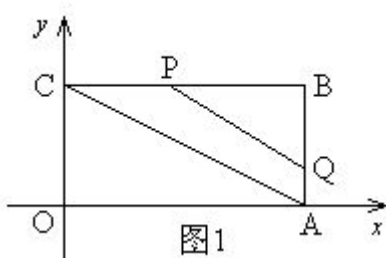
15. (2015 年浙江绍兴 12 分) 正方形 ABCD 和正方形 AEF G 有公共顶点 A, 将正方形 AEF G 绕点 A 按顺时针方向旋转, 记旋转角 $\angle DAG = \alpha$, 其中 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, 连结 DF, BF, 如图.

- (1) 若 $\alpha = 0^\circ$, 则 $DF = BF$, 请加以证明;
- (2) 试画一个图形 (即反例), 说明 (1) 中命题的逆命题是假命题;
- (3) 对于 (1) 中命题的逆命题, 如果能补充一个条件后能使该逆命题为真命题, 请直接写出你认为需要补充的一个条件, 不必说明理由.



16. (2015 年浙江绍兴 14 分) 在平面直角坐标系中, O 为原点, 四边形 OABC 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上, $OA = 4$, $OC = 2$, 点 P, 点 Q 分别是边 BC, 边 AB 上的点, 连结 AC, PQ, 点 B_1 是点 B 关于 PQ 的对称点.

- (1) 若四边形 OABC 为矩形, 如图 1,
 - ① 求点 B 的坐标;
 - ② 若 $BQ:BP = 1:2$, 且点 B_1 落在 OA 上, 求点 B_1 的坐标;
- (2) 若四边形 OABC 为平行四边形, 如图 2, 且 $OC \perp AC$, 过点 B_1 作 $B_1F \parallel x$ 轴, 与对角线 AC、边 OC 分别交于点 E、点 F. 若 $B_1E:B_1F = 1:3$, 点 B_1 的横坐标为 m , 求点 B_1 的纵坐标, 并直接写出 m 的取值范围.



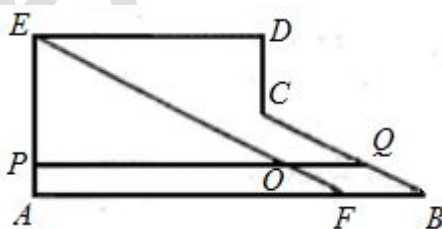
17. (2015 年浙江台州 12 分) 如图, 在多边形 $ABCDE$ 中, $\angle A = \angle AED = \angle D = 90^\circ$, $AB = 5$, $AE = 2$, $ED = 3$, 过点 E 作 $EF \parallel CB$ 交 AB 于点 F , $FB = 1$, 过 AE 上的点 P 作 $PQ \parallel AB$ 交线段 EF 于点 O , 交折线 BCD 于点 Q , 设 $AP = x$, $PO \cdot OQ = y$.

(1) ①延长 BC 交 ED 于点 M , 则 $MD = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$, $DC = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$

②求 y 关于 x 的函数解析式;

(2) 当 $a \leq x \leq \frac{1}{2} (a > 0)$ 时, $9a \leq y \leq 6b$, 求 a, b 的值;

(3) 当 $1 \leq y \leq 3$ 时, 请直接写出 x 的取值范围.



18. (2015 年浙江台州 14 分) 定义: 如图 1, 点 M, N 把线段 AB 分割成 AM, MN 和 BN , 若以 AM, MN, BN 为边的三角形是一个直角三角形, 则称点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点.

(1) 已知点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点, 若 $AM = 2, MN = 3$, 求 BN 的长;

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, FG 是中位线, 点 D, E 是线段 BC 的勾股分割点, 且 $EC > DE \geq BD$,

连接 AD, AE 分别交 FG 于点 M, N , 求证: 点 M, N 是线段 FG 的勾股分割点;

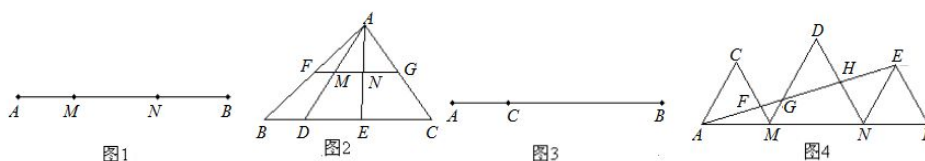
(3) 已知点 C 是线段 AB 上的一点, 其位置如图 3 所示, 请在 BC 上画一点 D , 使 C, D

是线段 AB 的勾股分割点 (要求尺规作图, 保留作图痕迹, 画出一种情形即可);

(4) 如图 4, 已知点 M, N 是线段 AB 的勾股分割点, $MN > AM \geq BN$, $\triangle AMC$, $\triangle MND$ 和 $\triangle NBM$

均是等边三角形, AE 分别交 CM, DM, DN 于点 F, G, H , 若 H 是 DN 的中点, 试探究 $S_{\triangle AMF}$,

$S_{\triangle BEN}$ 和 $S_{\text{四边形} MNHG}$ 的数量关系, 并说明理由.



19. (2015 年浙江温州 12 分) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 6x$ 交 x 轴正半轴于点 A , 顶点为 M , 对称轴 NB 交 x 轴于点 B , 过点 $C(2, 0)$ 作射线 CD 交 MB 于点 D (D 在 x 轴上方), $OE \parallel CD$ 交 MB 于点 E , $EF \parallel x$ 轴交 CD 于点 F , 作直线 MF .

(1) 求点 A, M 的坐标;

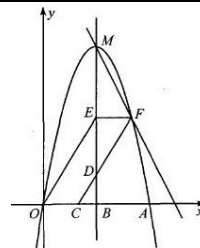
(2) 当 BD 为何值时, 点 F 恰好落在该抛物线上?

(3) 当 $BD=1$ 时,

①求直线 MF 的解析式, 并判断点 A 是否落在该直线上;

②延长 OE 交 FM 于点 G , 取 CF 中点 P , 连结 PG , $\triangle FPG$, 四边形 $DEGP$, 四边形 $OCDE$

的面积分别记为 S_1, S_2, S_3 , 则 $S_1:S_2:S_3 = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$



20. (2015 年浙江温州 14 分) 如图, 点 A 和动点 P 在直线 l 上, 点 P 关于点 A 的对称点为

Q, 以 AQ 为边作 $Rt\triangle ABQ$, 使 $\angle BAQ=90^\circ$, $AQ:AB=3:4$, 作 $\triangle ABQ$ 的外接圆 O . 点 C 在点

P 右侧, $PC=4$, 过点 C 作直线 $m \perp l$, 过点 O 作 $OD \perp m$ 于点 D, 交 AB 右侧的圆弧于点 E.

在射线 CD 上取点 F, 使 $DF=\frac{3}{2}CD$, 以 DE, DF 为邻边作矩形 DEGF, 设 $AQ=3x$

(1) 用关于 x 的代数式表示 BQ, DF;

(2) 当点 P 在点 A 右侧时, 若矩形 DEGF 的面积等于 90, 求 AP 的长;

(3) 在点 P 的整个运动过程中,

①当 AP 为何值时, 矩形 DEGF 是正方形?

②作直线 BG 交 $\odot O$ 于另一点 N, 若 BN 的弦心距为 1, 求 AP 的长 (直接写出答案)

