太原市2017年初中毕业班综合测试(二)
数学试题参考答案及评分标准

评分说明:

1. 解答题中各步骤所标记分数为学生解答到这一步所得的累计分数;
2. 给分和扣分都以1分为基本单位;
3. 参考答案都只给出一种解法,若学生的解答与参考答案不同,请根据解答情况参照评分标准评分.

一、选择题(本大题共10个小题,每小题3分,共30分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	C	B	D	C	B	D	B	D

二、填空题(本大题共5个小题,每小题3分,共15分)

11. 1　　12. $\frac{4}{9}$　　13. 29　　14. $S_n = \frac{1}{4^{n-1}}S_1$　　15. 45°

三、解答题(本大题共8个小题,共75分)

16.(本题共2个小题,每小题5分,共10分)

解:(1) 去分母,得 $1 = 3x - 1 + 6$. ………… 2分

解,得 $x = -\frac{4}{3}$. ………… 4分

经检验 $x = -\frac{4}{3}$ 是原方程的解.

$\therefore$ $x = -\frac{4}{3}$ 是原方程的解. ………… 5分

(2) 解不等式 $x + 1 > 2$,得 $x > 1$. ………… 6分

解不等式 $3x - 1 \leqslant x + 5$,得 $x \leqslant 3$. ………… 8分

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $1 < x \leqslant 3$. ………… 9分

$\therefore$ 原不等式组的整数解为2,3. ………… 10分

17.(本题8分)

解:(1) $\because$ 点 $A(1,6)$ 在反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象上,

$\therefore 6 = \frac{k_1}{1}$, $k_1 = 6$. ………… 1分

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y = \frac{6}{x}$ $(x > 0)$. ………… 2分

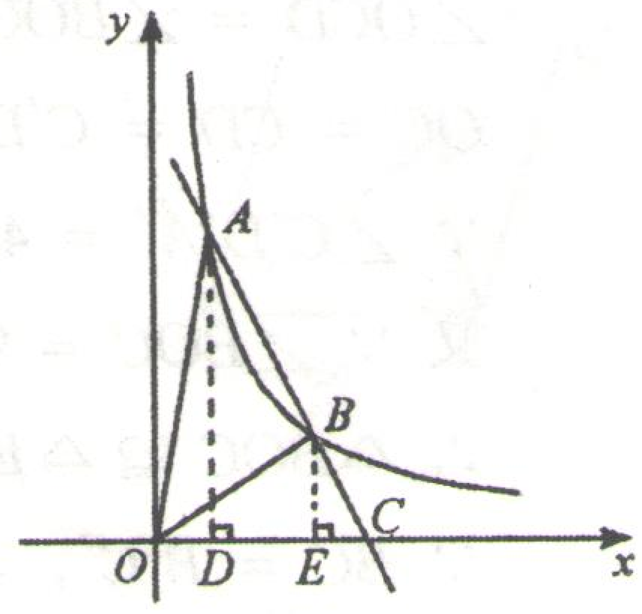
(2) $\because$ 点 $B(m,2)$ 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上,

$\therefore 2 = \frac{6}{m}$, $\therefore$ $m = 3$. $\therefore$ 点 B 的坐标为$(3,2)$. ………… 3分

把点 $A(1,6)$, $B(3,2)$ 的坐标分别代入 $y = k_2x + b$,得

$\begin{cases} 6 = k_2 + b, \\ 2 = 3k_2 + b. \end{cases}$ 解,得 $\begin{cases} k_2 = -2, \\ b = 8. \end{cases}$

$\therefore$ 直线 AB 的表达式为 $y = -2x + 8$. ………………………… 5分



设直线 AB 与 x 轴交于点 C,过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D,过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E. ………………………… 6分

当 $y = 0$ 时, $-2x + 8 = 0$. 解,得 $x = 4$. $\therefore OC = 4$.

由题设,得 $AD = 6$, $BE = 2$. ………………………… 7分

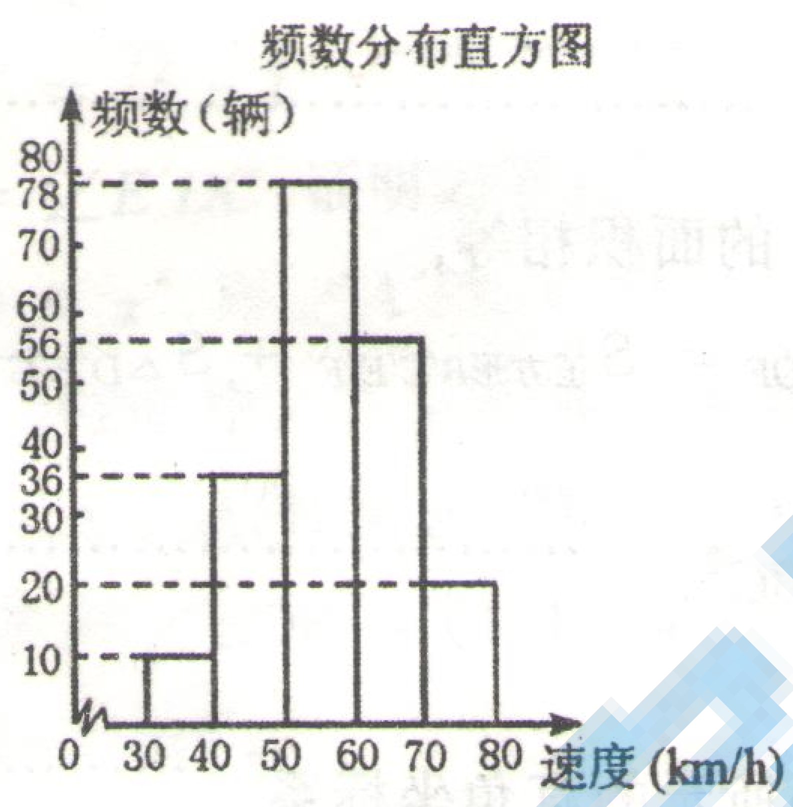
$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times OC \times AD - \frac{1}{2} OC \times BE$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 - \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 8$.

$\therefore \triangle AOB$ 的面积为 8. ………………………… 8分

18.(本题 8 分)

解:(1) 如图.



数据段	频数	频率
30 ~ 40	10	0.05
40 ~ 50	36	0.18
50 ~ 60	78	0.39
60 ~ 70	56	0.28
70 ~ 80	20	0.10
总计	200	1

………… 4分

(2) ①$0.28 \times 10000 = 2800$(辆). ………………………… 5分

答:时速在 60 ~ 70(km/h) 的车辆每天约有 2800 辆. ………………………… 6分

②$10000 \times 0.10 = 1000$(辆). ………………………… 7分

答:该路段超速的车辆每天约有 1000 辆. ………………………… 8分

19.(本题 6 分)

解:不需要拆除. 理由如下: ………………………… 1分

$\because CB \perp AB$, $\angle CAB = 45°$, $\therefore \angle ABC = 90°$, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形. ………… 2分

$\because BC = 4.5$, $\therefore AB = BC = 4.5$. ………………………… 3分

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,新斜坡 DC 的坡度 $i = 1:1.8$, ………………………… 4分

即 $\frac{BC}{BD} = \frac{1}{1.8}$, $\therefore \frac{4.5}{BD} = \frac{1}{1.8}$, $\therefore BD = 8.1$. ………………………… 5分

$\therefore AD = BD - AB = 8.1 - 4.5 = 3.6$.

$\because 3.6 + 3 = 6.6 < 7$, $\therefore$ 距 A 处 7 米的建筑物 M 不需要拆除. ………… 6分

20.(本题7分)

证明:$\because$ 四边形 $ABOF$ 和四边形 $CDEO$ 都是正方形,六边形 $ABCDEF$ 关于直线 AD 对称,

$\therefore \angle OAF = \angle A'D'E' = 45^\circ$, $\angle CDO = \angle C'D'A' = 45^\circ$,

$\angle OCD = \angle BOC = 90^\circ, BC = B'C' = EF = E'F'$,

$OC = CD = C'D', OB = AF = D'E'$. …………………………………… 1分

$\because \angle C'D'A' = 45^\circ, \angle A'D'E' = 45^\circ$, $\therefore \angle C'D'E' = 90^\circ$.

又 $\because \angle BOC = 90^\circ$, $\therefore \angle BOC = \angle C'D'E'$. …………………………………… 2分

$\therefore \triangle BOC \cong \triangle E'D'C'$. $\therefore \angle BCO = \angle D'C'E', BC = C'E'$. ………… 3分

$\because BC = B'C'$, $\therefore B'C' = C'E'$.

同理 $\triangle EOF \cong \triangle F'A'B'$, $E'F' = B'F'$. …………………………………… 4分

$\therefore B'C' = C'E' = E'F' = F'B'$.

$\therefore$ 四边形 $B'C'E'F'$ 是菱形. …………………………………… 5分

$\because \angle BCO = \angle D'C'E', \angle BCD = \angle B'C'D'$, $\therefore \angle B'C'E' = \angle OCD$.

$\because \angle OCD = 90^\circ$, $\therefore \angle B'C'E' = 90^\circ$.

$\therefore$ 四边形 $B'C'E'F'$ 是正方形. …………………………………… 6分

$\because$ 六边形 $ABCDEF$ 和六边形 $A'B'C'D'E'F'$ 的面积相等,

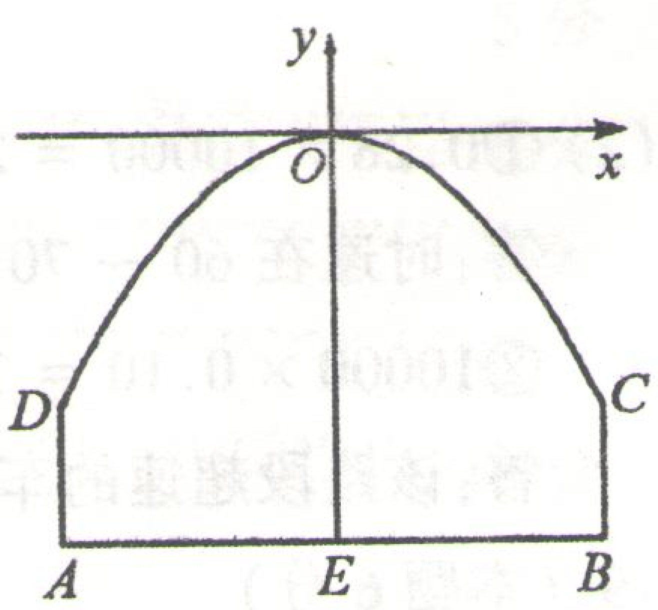
$\therefore S_{正方形ABOF} + S_{正方形OCDE} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle EOF} = S_{正方形B'C'E'F'} + S_{\triangle D'E'C'} + S_{\triangle B'A'F'}$.

$\therefore S_{正方形ABOF} + S_{正方形OCDE} = S_{正方形B'C'E'F'}$,

$\therefore OB^2 + OC^2 = B'C'^2$,即 $OB^2 + OC^2 = BC^2$. …………………………………… 7分

21.(本题9分)

解:(1) 以隧道顶部最高点为坐标原点 O 建立如图所示的直角坐标系. ………… 1分



由题意,得 $OE = 6, AB = 8, BC = AD = 2$.

$\because BE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4$,

$OE - BC = 6 - 2 = 4$, …………………………………… 2分

$\therefore$ 点 C 的坐标为$(4, -4)$. …………………………………… 3分

设抛物线的表达式为 $y = ax^2$,

将点 C 的坐标代入,得 $-4 = a \cdot 4^2$. 解,得 $a = -\frac{1}{4}$. …………………………………… 4分

$\therefore y = -\frac{1}{4}x^2$.当 $x = \frac{1}{2}(8 - 2 \times 1) = 3$ 时,$y = -\frac{1}{4} \times 3^2 = -\frac{9}{4}$. ………… 5分

$\because 6 - \frac{9}{4} - 0.5 = \frac{13}{4}$, $\therefore$ 这辆车的限高为$\frac{13}{4}$m. …………………………………… 6分

(2) 在 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 中,当 $x = 5.5 \div 2 = \frac{11}{4}$ 时,$y = -\frac{1}{4} \times (\frac{11}{4})^2 \approx -1.89$. ………… 7分

$6 - 1.89 - 0.1 \approx 4$. …………………………………… 8分

答:这辆车的限高约为4m. …………………………………… 9分

22.(本题14分)

解:(1) ① 点 E' 在 BD 上. …………………………………………………… 1分

② ∵ 五边形 $ABCDE$ 是正五边形,

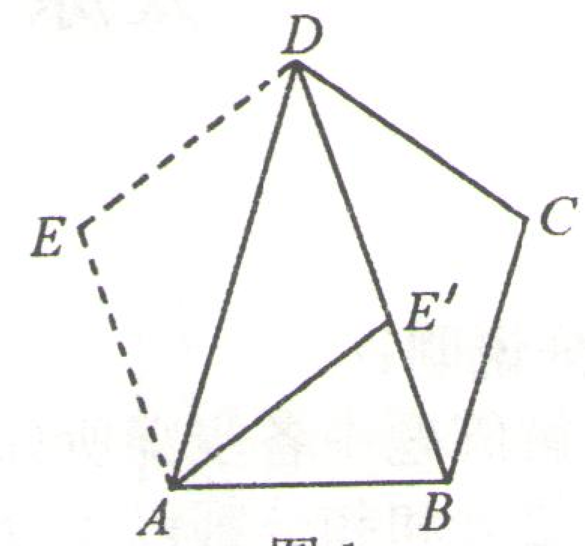


图1

∴ $\angle E = \angle CDE = \angle EAB = 108^\circ, AE = DE = AB$. …2分

由题设,得 $\angle DAE' = \angle DAE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle E) = 36^\circ$.

∴ $\angle BAE' = \angle EAB - \angle EAD - \angle DAE' = 36^\circ$.

∵ $AE' = AE$. ∴ $AE' = AB$, $DE' = DE$. ………… 3分

在 $\triangle ABE'$ 中, ∵ $\angle BAE' = 36^\circ$, ∴ $\angle AE'B = \angle ABE' = 72^\circ$.

∵ $\angle DAB = \angle DAE' + \angle BAE' = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$,

∴ $\angle DAB = \angle ABE' = \angle AE'B$. …………………………………… 4分

∴ $\triangle ABE' \backsim \triangle DBA$. ∴ $\dfrac{BE'}{AB} = \dfrac{AB}{BD}$. ∴ $BE' \cdot BD = AB^2$. ………… 5分

∵ $AB = 2$, ∴ $DE' = DE = 2$, ∴ $BE'(BE' + 2) = 2^2$.

解, 得 $BE' = -1 - \sqrt{5}$ (舍去), $BE' = \sqrt{5} - 1$.

∴ $BE' = \sqrt{5} - 1$. ……………………………………………………… 6分

(2) $\angle A'FB = \angle E'DC$.证明如下: ……………………… 7分

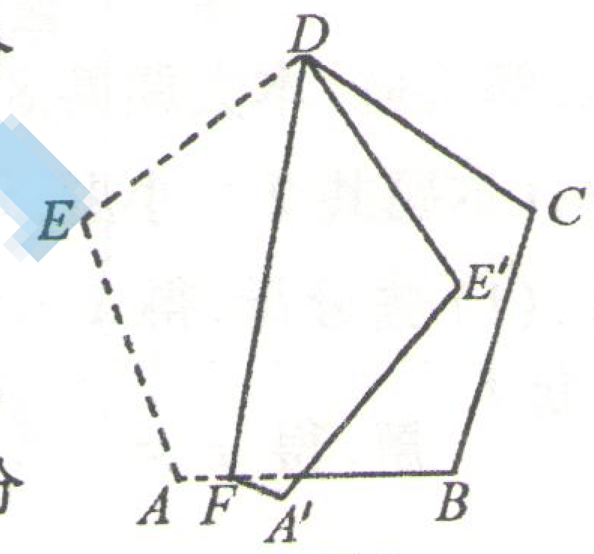


图2

设 $\angle AFD = x^\circ$,则 $\angle A'FB = (2x - 180)^\circ$.

在四边形 $AFDE$ 中, ∵ $\angle E = \angle A = 108^\circ$,

$\angle E + \angle A + \angle AFD + \angle EDF = 360^\circ$, ∴ $\angle EDF = (144 - x)^\circ$.

∴ $\angle E'DF = \angle EDF = (144 - x)^\circ$. …………………… 8分

∵ $\angle CDE = 108^\circ$,

∴ $\angle E'DC = \angle EDC - \angle EDF - \angle E'DF = (2x - 180)^\circ$.

…………………………………………………………………… 9分

∴ $\angle A'FB = \angle E'DC$. ……………………………………………… 10分

(3) 线段 MN 的长不变.证明如下: ……………………………… 11分

如图3,过点 Q 作 $QF \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 F.

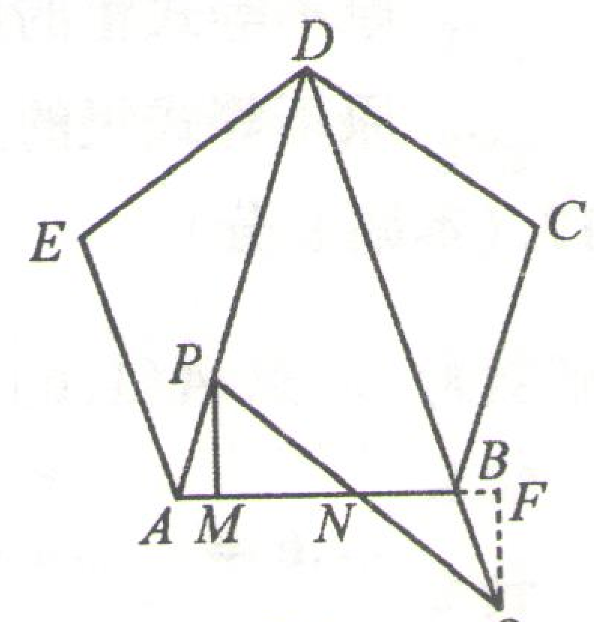


图3

∵ 五边形 $ABCDE$ 是正五边形,

∴ $DA = DB$. ∴ $\angle DAB = \angle DBA$.

∵ $\angle QBF = \angle DBA$, ∴ $\angle PAM = \angle QBF$.

∵ $PM \perp AB, QF \perp AB$, ∴ $\angle PMA = \angle PMN = \angle F = 90^\circ$.

∵ $AP = BQ$,

∴ $\triangle APM \cong \triangle BQF$. ∴ $AM = BF, PM = QF$. ………… 12分

∵ $\angle PNM = \angle QNF$,

∴ $\triangle PMN \cong \triangle QFN$. ∴ $MN = FN$. ……………………………… 13分

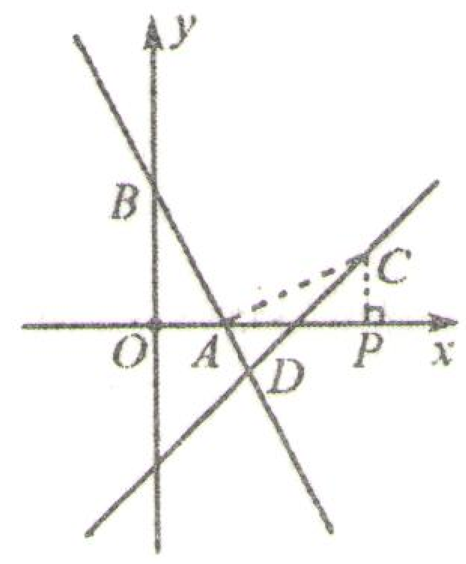
∵ $AM = BF$, ∴ $AB = MF = 2MN$.

∵ $AB = 2$, ∴ $MN = 1$. ∴ 线段 MN 的长不变. …………………… 14分

23.(本题 13 分)

解:(1) 如图,连接 AC,过点 C 作 $CP \perp x$ 轴于点 P. …………………………………………………… 1 分

$\because$ 点 C 是点 B 绕点 A 顺时针旋转 $90°$ 得到的, $\therefore \angle BAC = 90°, AC = AB$.



在 $\triangle ACP$ 中, $\because CP \perp x$ 轴, $\therefore \angle APC = \angle BOA = 90°$.

$\therefore \angle CAP + \angle ACP = 90°$. $\therefore \angle CAP + \angle BAO = 90°$.

$\therefore \angle ACP = \angle BAO$. ………………………………………………… 2 分

$\therefore \triangle CPA \cong \triangle AOB$. $\therefore CP = OA, AP = OB$. ………… 3 分

当 $x = 0$ 时, $y = -2x + 1 = 1$, $\therefore OB = 1$.

当 $y = 0$ 时, $-2x + 1 = 0$. 解,得 $x = \frac{1}{2}$.

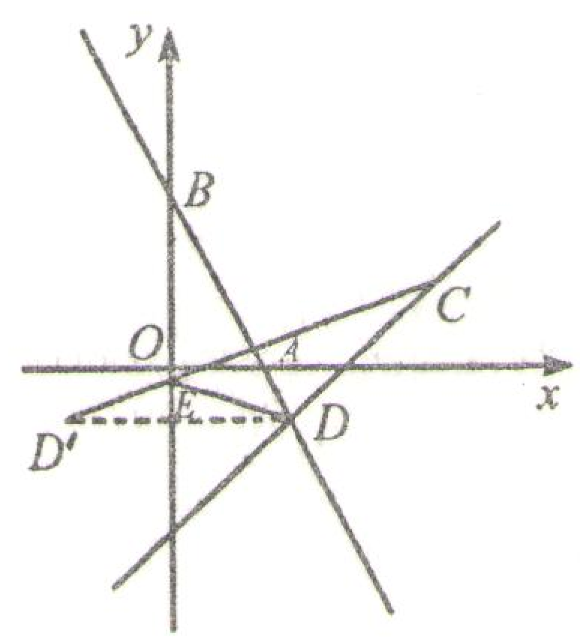
$\therefore OA = \frac{1}{2}$. $\therefore CP = \frac{1}{2}, AP = 1$. …………………………………………… 4 分

$\because OP = OA + AP = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$, $\therefore$ 点 C 的坐标为$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$.

将点 C 的坐标代入 $y = x + a$,得 $\frac{3}{2} + a = \frac{1}{2}$. 解,得 $a = -1$.

$\therefore$ 直线 CD 的表达式为 $y = x - 1$. …………………………………………… 5 分

(2) 如图,作点 D 关于 y 轴的对称点 D',连接 CD' 交 y 轴于点 E,连接 DE,则点 E 为所求的点.



解方程组 $\begin{cases} y = -2x + 1, \\ y = x - 1, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = \frac{2}{3}, \\ y = -\frac{1}{3}. \end{cases}$ ………………………… 6 分

$\therefore$ 点 D 的坐标为$(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$.

$\therefore$ 点 D' 的坐标为$(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$. ………………………………… 7 分

设直线 CD' 的表达式为 $y = kx + b$,则

$\begin{cases} \frac{3}{2}k + b = \frac{1}{2}, \\ -\frac{2}{3}k + b = -\frac{1}{3}, \end{cases}$ 解,得 $\begin{cases} k = \frac{5}{13}, \\ b = -\frac{1}{13}. \end{cases}$

$\therefore$ 直线 CD' 的表达式为 $y = \frac{5}{13}x - \frac{1}{13}$. …………………………………………… 8 分

当 $x = 0$ 时, $y = \frac{5}{13}x - \frac{1}{13} = -\frac{1}{13}$.

$\therefore$ 当 $\triangle CDE$ 的周长最小时,点 E 的坐标为$(0, -\frac{1}{13})$. ………………………………… 9 分

(3) $(\frac{9+\sqrt{10}}{6}, \frac{3-2\sqrt{10}}{6})$, $(\frac{9-\sqrt{10}}{6}, \frac{3+2\sqrt{10}}{6})$, $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$, $(\frac{7}{3}, -\frac{7}{6})$. ……… 13 分

评分说明:解答题的其他解法参照上述标准进行评分.