

2016 年青島學而思期末模擬測試

八年級數學參考答案

(考試時間: 90 分鐘 滿分: 120 分)

注意事項:

1. 考生先將自己的姓名填寫清楚。
2. 非填充題必須寫出詳細的解答過程，寫在題目下方的空白區域即可。

選擇題	1	2	3	4	5	6	7	8	總分
答案	C	A	D	B	D	B	C	B	
填充題	9	10	11	12	13	14	15	16	總分
答案	$>$	$(-6, 0)$ $(0, 3)$	$\frac{8}{7}$	$s = -30t + 30$ $(0 \leq t \leq 1)$	$\begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \end{cases}$	105°	15	$(32\sqrt{2}, -32\sqrt{2})$	

一、選擇題 (每題 3 分, 共 24 分)

1. 下列式子正確的是 ()

- A. $\sqrt{(-9)^2} = -9$ B. $\sqrt{25} = \pm 5$ C. $\sqrt[3]{(-1)^3} = -1$ D. $(-\sqrt{2})^2 = -2$

【考點】實數運算

【答案】C

【解析】A. $\sqrt{(-9)^2} = 9$; B. $\sqrt{25} = 5$; D. $(-\sqrt{2})^2 = 2$

2. 一個直角三角形的兩條直角邊分別是 5 和 12, 則斜邊是 ()

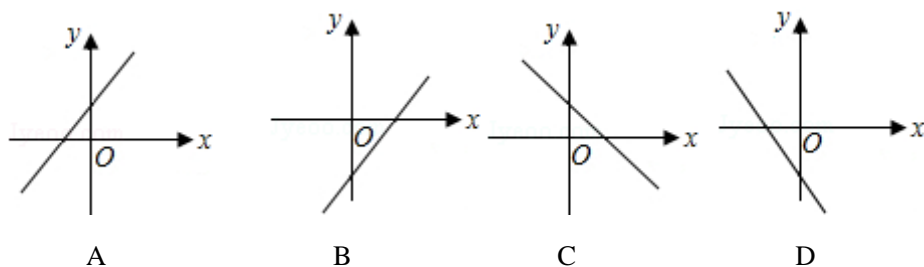
- A. 13 B. 12 C. 15 D. 13 或 $\sqrt{129}$

【考點】勾股定理

【答案】A

【解析】斜邊為 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

3. 正比例函數 $y=kx$ ($k \neq 0$) 的函數值 y 隨 x 的增大而減小, 則一次函數 $y=kx+k$ 的圖象大致是 ()



【考點】一次函數的圖象

【答案】D

【解析】 y 隨 x 的增大而減小, 則 $k < 0$, 則一次函數 $y=kx+k$ 的圖象經過二、三、四象限, 故選 D

4. 某学校为老师们每月购买甲、乙两种纯净水共用 250 元，其中甲种水每桶 8 元，乙种水每桶 6 元，乙种水的桶数是甲种水的桶数的 75%。如果设甲桶水有 x 桶，乙桶水有 y 桶，那么可以列方程组（ ）

- A. $\begin{cases} 6x + 8y = 250 \\ x = 75\%y \end{cases}$ B. $\begin{cases} 8x + 6y = 250 \\ y = 75\%x \end{cases}$
- C. $\begin{cases} 8x + 6y = 250 \\ x = 75\%y \end{cases}$ D. $\begin{cases} 6x + 8y = 250 \\ y = 75\%x \end{cases}$

【考点】二元一次方程组的应用

【答案】B

【解析】 $\begin{cases} 8x + 6y = 250 \\ y = 75\%x \end{cases}$

5. 某中学初三（1）班一组十一位同学为了用爱心支援灾区人民重建家园，他们把自己平时积攒下来的零花钱捐给灾区人民，其金额分别为：20，25，30，40，50，50，50，60，70，75，80 元，请问其中平均数、中位数和众数的大小关系是（ ）

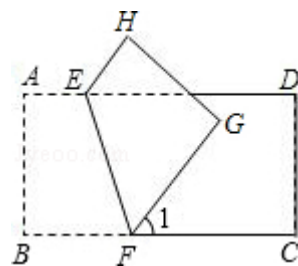
- A. 平均数 > 中位数 > 众数 B. 平均数 < 中位数 < 众数
- C. 平均数 < 众数 < 中位数 D. 众数 = 中位数 = 平均数

【考点】平均数、中位数、众数

【答案】D

【解析】众数为 50，中位数为 50，故中位数 = 众数，只有 D 选项

6. 如图，把长方形 $ABCD$ 沿 EF 对折后，使四边形 $ABFE$ 与四边形 $HGFE$ 重合，若 $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle AEF$ 的度数为（ ）



- A. 110° B. 115° C. 120° D. 130°

【考点】几何证明

【答案】B

【解析】

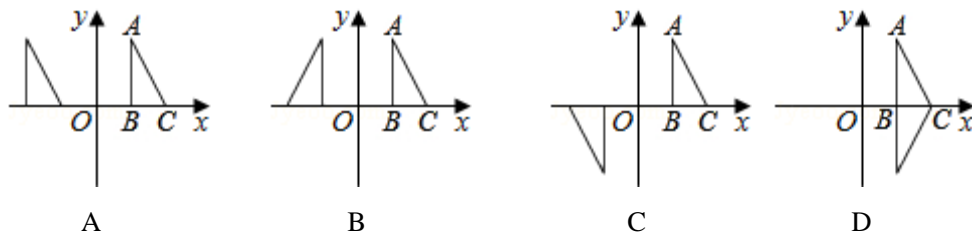
$$\because \angle 1 = 50^\circ$$

$$\therefore \angle EFG = \frac{180^\circ - \angle 1}{2} = 65^\circ$$

$$\because AD \parallel BC$$

$$\therefore \angle AEF = \angle EFG = 115^\circ$$

7. 把 $\triangle ABC$ 各点的横坐标都乘以 -1 ，纵坐标都乘以 -1 ，符合上述要求的图是（ ）



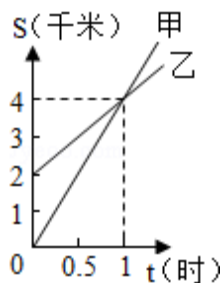
【考点】关于原点对称的点的坐标

【答案】C

【解析】把 $\triangle ABC$ 各点的横坐标都乘以 -1 ，纵坐标都乘以 -1 ，就可得到 $\triangle ABC$ 各点的关于原点的对称点，因而，两个三角形应关于原点对称，故符合上述要求的图是第三个。

8. 甲、乙两人同时沿着一条笔直的公路朝同一方向前行，开始时，乙在甲前 2 千米处，甲、乙两人行走的路程 S （千米）与时间 t （时）的函数图象（如图所示），下列说法正确的是（ ）

- A. 乙的速度为 4 千米/时
- B. 经过 1 小时，甲追上乙
- C. 经过 0.5 小时，甲行走的路程约为 1 千米
- D. 经过 1.5 小时，乙在甲的前面



【考点】函数的图象

【答案】B

【解析】乙的速度为 $4 - 2 = 2$ 千米/时，经过 0.5 小时甲行走的路程是 2 千米，经过 1 小时后甲在乙的前面，交点表示相遇，故选：B。

二、填空题（每题3分,共24分）

9. 比较大小： $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ _____ $\frac{1}{2}$ （填“ $>$ ”“ $<$ ”“ $=$ ”）.

【考点】实数比较大小

【答案】 $>$

【解析】 $\sqrt{5} > 2, \sqrt{5} - 1 > 1, \frac{\sqrt{5}-1}{2} > \frac{1}{2}$

10. 一次函数 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 与 x 轴的交点坐标是_____，与 y 轴的交点坐标是_____.

【考点】一次函数与坐标轴的交点坐标

【答案】 $(-6, 0)$ ； $(0, 3)$

【解析】略

11. 一个样本为 $1, 3, 2, 2, a, b, c$. 已知这个样本的众数为 3 ，平均数为 2 ，那么这个样本的方差为_____.

【考点】方差计算

【答案】 $\frac{8}{7}$

【解析】

\because 样本的众数为 3

∴样本中至少有3个3, 取 $a=3, b=3$

∴平均数是2

$$\therefore \frac{1+3+2+2+a+b+c}{7} = 2$$

解得 $c=0$

$$\therefore \text{方差 } S^2 = \frac{1}{7}[(1-2)^2 + \dots + (0-2)^2] = \frac{8}{7}$$

12. 从A地到B地的距离为30千米, 一辆摩托车以平均每小时30千米的速度从A地出发到B地, 则摩托车距B地的距离 s (千米)与行驶时间 t (时)的函数表达式为_____.

【考点】一次函数的解析式

【答案】 $s = -30t + 30$, ($0 \leq t \leq 1$)

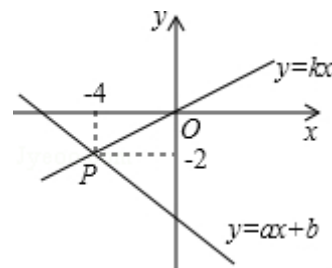
【解析】 $s = -30t + 30$, ($0 \leq t \leq 1$), 注意 t 的取值范围, 养成习惯

13. 如图, 已知函数 $y=ax+b$ 和 $y=kx$ 的图象交于点P, 则根据图象可得, 关于 $\begin{cases} y=ax+b \\ y=kx \end{cases}$ 的二元一次方程组的解是_____.

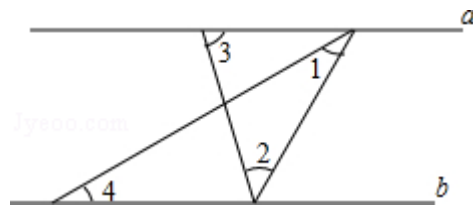
【考点】二元一次方程组与一次函数的交点坐标

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \end{cases}$$

【解析】一次函数的交点坐标即为二元一次方程组的解



14. 如图, $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 = 75^\circ$, 则 $\angle 3 + \angle 4 =$ _____°.



【考点】平行线性质, 三角形内角和

【答案】 105°

【解析】 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 105^\circ$

15. 如右图所示, 有一圆柱, 其高为12cm, 它的底面半径为3cm, 在圆柱下底面A处有一只蚂蚁, 它想得到上面B处的食物, 则蚂蚁经过的最短距离为_____cm. (π 取3)

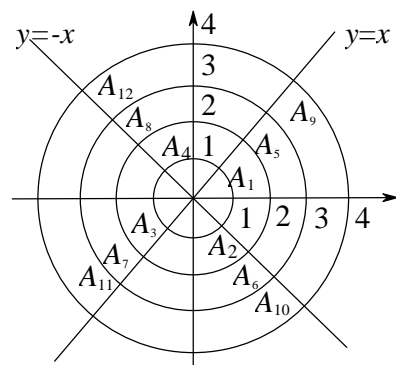


【考点】最短路径, 勾股定理

【答案】15

【解析】底面周长为 $2\pi r \approx 18$, 底面周长的一半为9, 故最短路径为 $\sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15$

16.如图，在直角坐标系中，以原点 O 为圆心的同心圆的半径由内向外依次 1, 2, 3, 4, \dots ，同心圆与直线 $y=x$ 和 $y=-x$ 分别交于 $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ ，则点 A_{254} 的坐标是_____.



【考点】平面直角坐标系，周期规律

【答案】 $(32\sqrt{2}, -32\sqrt{2})$

【解析】 $254 \div 4 = 63 \dots 2$ ，故点 A_{254} 位于第 64 个圆的第二个点，此时圆的半径为 64，所以点 A_{254} 的坐标是

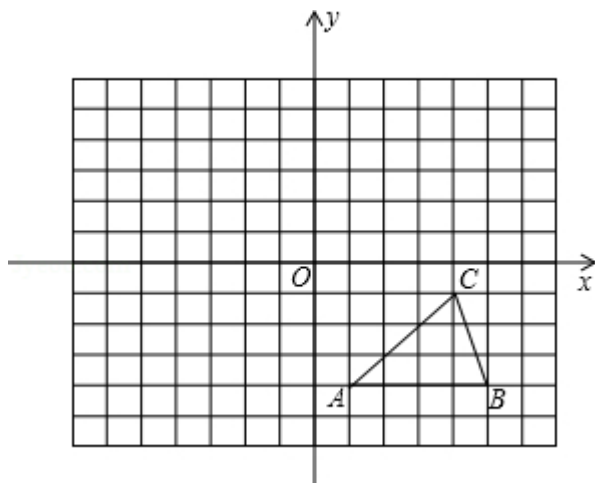
$(32\sqrt{2}, -32\sqrt{2})$

三、作图题（本题满分 6 分）

17.如图，方格纸中的每个小方格都是边长为 1 个单位的正方形，在建立平面直角坐标系后， $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上，点 C 的坐标为 $(4, -1)$ 。

(1) 把 $\triangle ABC$ 向上平移 5 个单位后得到对应的 $\triangle A_1B_1C_1$ ，画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出 C_1 的坐标；

(2) 再画出与 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并写出点 C_2 的坐标。

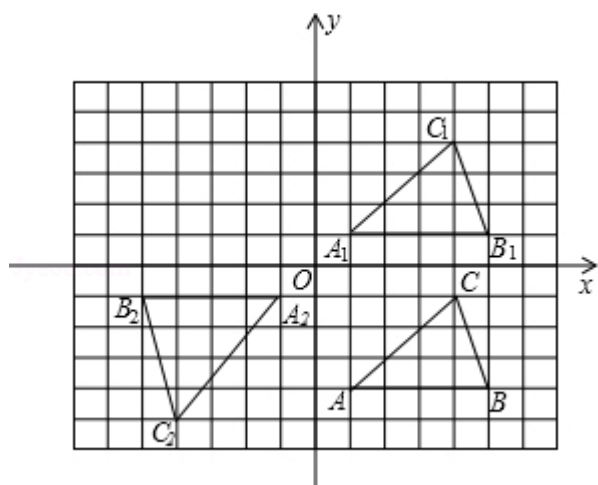


【考点】作图-旋转变换；作图-平移变换.

【答案】根据平移定义和图形特征可得：

(1) $C_1(4, 4)$ ；

(2) $C_2(-4, -4)$.



【解析】见答案

四、简答题（共有 7 道大题，共 66 分）

18.（本题满分 8 分）计算

$$(1) 3\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{(-4)^2} - \sqrt{27}$$

$$(2) (\sqrt{6} - 2\sqrt{15}) \times \sqrt{3} - 6\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$(3) \begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ 3x + y - 2z = -1 \\ x + y + z = 5 \end{cases}$$

【考点】实数运算，解方程组

【答案】(1) $4 - 2\sqrt{3}$ ；(2) $-6\sqrt{5}$ ；(3) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$ ；(4) $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$

【解析】略

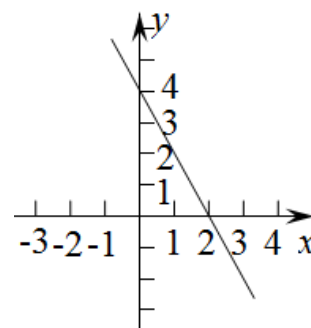
19.（本题满分 8 分）一次函数 $y = kx + b$ 的图象如图所示，看图填空：

- (1) 当 $x = 0$ 时， $y = \underline{\quad\quad\quad}$ ；当 $x = \underline{\quad\quad\quad}$ 时， $y = 0$.
 (2) 求一次函数的关系式.
 (3) 当 $x = 5$ 时， $y = \underline{\quad\quad\quad}$ ；当 $y = 30$ 时， $x = \underline{\quad\quad\quad}$.

【考点】一次函数

【答案】(1) 4, 2；(2) $y = -2x + 4$ ；(3) -6, -13

【解析】见答案



20. (本题满分 8 分) 某制衣厂现有 24 名制作服装的工人, 每天都制作某种品牌的衬衫和裤子, 每人每天可制作这种衬衫 3 件或裤子 5 条.

(1) 若该厂要求每天制作的衬衫和裤子数量相等, 则应各安排多少人制作衬衫和裤子?

(2) 已知制作一件衬衫可获得利润 30 元, 制作一条裤子可获得利润 16 元, 若该厂要求每天获得利润 2100 元, 则需要安排多少名工人制作衬衫?

【考点】二元一次方程组的实际应用

【答案】见解析

【解析】

(1) 设制作衬衫和裤子的人为 x, y .

$$\text{可得方程组} \begin{cases} x + y = 24 \\ 3x = 5y \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 15 \\ y = 9 \end{cases}$$

答: 制作衬衫和裤子的人为 15, 9.

(2) 设安排 a 人制作衬衫, b 人制作裤子, 可获得要求的利润 2100 元.

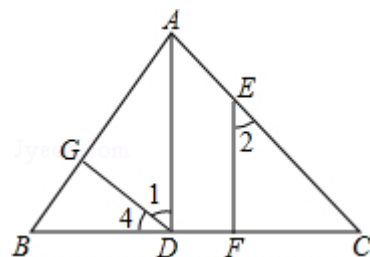
$$\text{可列方程组} \begin{cases} a + b = 24 \\ 30 \times 3a + 16 \times 5b = 2100 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = 18 \\ b = 6 \end{cases}$$

所以必须安排 18 名工人制作衬衫.

答: 需要安排 18 名工人制作衬衫.

21. 已知: 如图, $AD \perp BC$, $EF \perp BC$, 垂足为 D, F , $\angle 4 = \angle C$. 求证: $\angle 1 = \angle 2$.



【考点】几何证明

【答案】见解析

【解析】

$\because AD \perp BC, EF \perp BC$

$\therefore AD \parallel EF$

$\therefore \angle DAC = \angle 2$

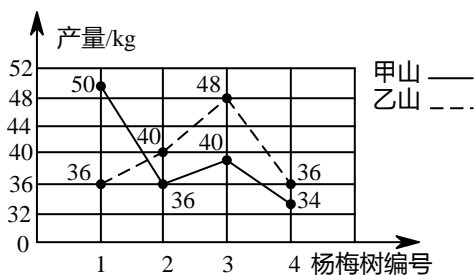
$\because \angle 4 = \angle C$

$\therefore DG \parallel AC$

$\therefore \angle 1 = \angle DAC$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

22. (本题满分 8 分) 王大伯几年前承办了甲、乙两片荒山, 各栽 100 棵杨梅树, 成活 98%, 现已挂果, 经济效益初步显现, 为了分析收成情况, 他分别从两山上随意各采摘了 4 棵树上的杨梅, 每棵的产量如折线统计图所示.



- 分别计算甲、乙两山样本的平均数, 并估算出甲乙两山杨梅的产量总和;
- 试通过计算说明, 哪个山上的杨梅产量较稳定?

【考点】数据分析

【答案】见解析

【解析】

$$(1) \bar{x}_{\text{甲}} = 40 \text{ (千克)}, (1 \text{ 分}) \bar{x}_{\text{乙}} = 40 \text{ (千克)},$$

总产量为 $40 \times 100 \times 98\% \times 2 = 7840$ (千克);

$$(2) S_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{4} [(50 - 40)^2 + (36 - 40)^2 + (40 - 40)^2 + (34 - 40)^2] = 38 \text{ (千克}^2\text{)},$$

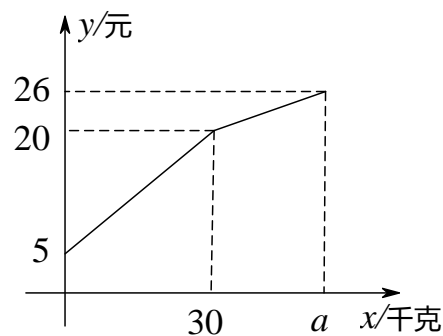
$$S_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{4} [(36 - 40)^2 + (40 - 40)^2 + (48 - 40)^2 + (36 - 40)^2] = 24 \text{ (千克}^2\text{)},$$

$$\therefore S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2.$$

答: 乙山上的杨梅产量较稳定.

23. (本题满分 12 分) 一农民带上若干千克自产的土豆进城出售, 为了方便, 他带了一些零钱备用, 按市场价售出一些后, 又降价出售, 售出的土豆千克数与他手中持有的钱数 (含备用零钱) 的关系, 如图所示, 结合图象回答下列问题.

- 农民自带的零钱是多少?
- 试求降价前 y 与 x 之间的关系式?
- 由表达式你能求出降价前每千克的土豆价格是多少?
- 降价后他按每千克 0.4 元将剩余土豆售完, 这时他手中的钱 (含备用零钱) 是 26 元, 试问他一共带了多少千克土豆?



【考点】一次函数的实际应用

【答案】见解析

【解析】

(1) 根据图象与 y 轴的交点可知：农民自带的零钱是 5 元；

(2) 设降价出售前，农民手中的钱数与售出的土豆千克数的关系为： $y=kx+b$ ，

把点 $(0, 5)$ ， $(30, 20)$ 代入可得：

$$\begin{cases} b=5 \\ 30k+b=20 \end{cases}$$

$$\text{解得：} k=\frac{1}{2}, b=5$$

$$\therefore y=\frac{1}{2}x+5;$$

(3) 根据 (2) 中的表达式： $k=\frac{1}{2}$ ，

\therefore 降价前每千克的土豆价格是 $\frac{1}{2}$ 元；

(4) $(26-20) \div 0.4=15$

$15+30=45\text{kg}$ 。

所以一共带了 45kg 土豆。

24. (本题满分 10 分) 已知线段 $AC=8$ ， $BD=6$ 。

(1) 已知线段 AC 垂直于线段 BD 。设图 1, 图 2 和图 3 中的四边形 $ABCD$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 和 S_3 ，则 $S_1=$ _____， $S_2=$ _____， $S_3=$ _____；

(2) 如图 4，对于线段 AC 与线段 BD 垂直相交（垂足 O 不与点 A, C, B, D 重合）的任意情形，请你就四边形 $ABCD$ 面积的大小提出猜想，并证明你的猜想；

(3) 当线段 BD 与 AC （或 CA ）的延长线垂直相交时，猜想顺次连接点 A, B, C, D, A 所围成的封闭图形的面积是多少？

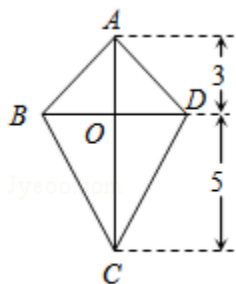


图 1

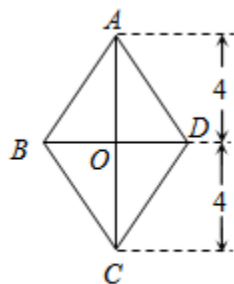


图 2

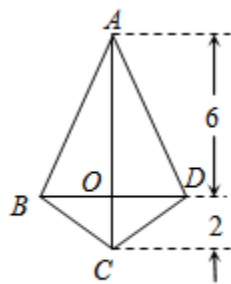


图 3

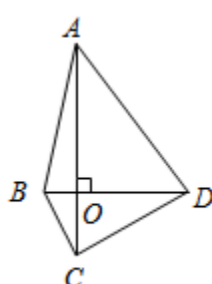


图 4

(1) 根据三角形的面积公式进行计算；

(2) 根据 (1) 中的计算结果，发现三个图形的面积都是 24。根据三角形的面积公式进行证明；

(3) 仍然把四边形的面积分割成两个三角形，按三角形的面积公式进行证明。

【考点】材料分析

【答案】见解析

【解析】

(1) $S_1=24$ ， $S_2=24$ ， $S_3=24$ ；

(2) 对于线段 AC 与线段 BD 垂直相交 (垂足 O 不与点 A, C, B, D 重合) 的任意情形, 四边形 $ABCD$ 的面积为定值 24.

证明如下:

$\because AC \perp BD$,

$$\therefore S_{\triangle BAC} = \frac{1}{2}AC \cdot OB, \quad S_{\triangle DAC} = \frac{1}{2}AC \cdot OD,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot OB + \frac{1}{2}AC \cdot OD = \frac{1}{2}AC \cdot (OB + OD) = \frac{1}{2}AC \cdot BD = 24.$$

(3) 顺次连接点 A, B, C, D , A 所围成的封闭图形的面积仍为 24.

证明: $\because AC \perp BD$,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}AO \cdot BD, \quad S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}CO \cdot BD,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}AO \cdot BD + \frac{1}{2}CO \cdot BD = \frac{1}{2}BD (AO + CO) = \frac{1}{2}BD \cdot AC = 24.$$
