山西大学附中

2017~2018学年第一学期初二（10月）月考

数 学 试 题

1. 下列各数中无理数为(　　)

A. $\sqrt{2}$　　B.0　　C. $\frac{1}{2017}$　　D.-1

【答案】A

【考点】无理数

【解析】无理数三种表现形式：①无限不循环小数；②开方开不尽的数；③最终结果含π的数

故本题正确答案为A

2. 下列各组数，可以作为直角三角形的三边长的是(　　)

A. 2，3，4　　B. 9，12，15　　C. 8，12，20　　D. 5，13，15

【答案】B

【考点】勾股定理的逆定理

【解析】根据勾股定理的逆定理对四组数据进行逐一判断即可

. A、$2^2+3^2\neq 4^2$，不能构成直角三角形；　B、$9^2+12^2=15^2$，能构成直角三角形；

C、$8^2+12^2\neq 20^2$，不能构成直角三角形；　D、$5^2+13^2\neq 15^2$，不能构成直角三角形.

所以B选项是正确的.

3. $\sqrt{3}-2$的绝对值是(　　)

A. $2-\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{3}-2$　　C. $\sqrt{3}+2$　　D. $-\sqrt{3}-2$

【答案】A

【考点】绝对值，无理数比较大小

【解析】$\because \sqrt{3}<2$，$\therefore \left|\sqrt{3}-2\right|=2-\sqrt{3}$，所以 A 选项是正确的.

4. 下列算式正确的是（　　）

A. $\sqrt[3]{-8}=-2$　　B. $\sqrt{25}=\pm5$　　C. $\left(\sqrt{-7}\right)^2=-7$　　D. $\sqrt{(-4)^2}=-4$

【答案】A

【考点】实数的运算

【解析】数的开方法则、合并同类项的法则

A、$\sqrt[3]{-8}=-2$，故本选项正确；

B、$\sqrt{25}=5$，故本选项错误；

C、$\left(\sqrt{-7}\right)^2=7$，故本选项错误；

D、$\sqrt{(-4)^2}=4$，故本选项错误．

5. 下列二次根式，不能与 $\sqrt{3}$ 合并的是（　　）

A. $\sqrt{0.03}$　　B. $\sqrt{18}$　　C. $\sqrt{1\frac{1}{3}}$　　D. $-\sqrt{\frac{1}{75}}$

【答案】B

【考点】二次根式的化简

【解析】

A、$\sqrt{0.03}=\frac{\sqrt{3}}{10}$ 故与 $\sqrt{3}$ 可以合并, 此选项错误;

B、$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$，故与 $\sqrt{3}$ 不可以合并, 此选项正确;

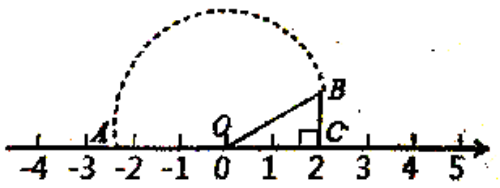
C、$\sqrt{1\frac{1}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，故与 $\sqrt{3}$ 可以合并，此选项错误；

D、$-\sqrt{\frac{1}{75}}=-\frac{1}{15}\sqrt{3}$，故与 $\sqrt{3}$ 可以合并，此选项错误.

所以 B 选项是正确的.

6. 如图所示，点 C 表示的数为 2，BC=1，以 O 为圆心，OB 为半径画弧，交数轴于点 A 中，则点 A 表示的数是（　　）

A $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. $-\sqrt{3}$　　D. $-\sqrt{5}$



6 题图

【答案】D

【考点】数轴上表示无理数

【解析】∵ OC=2，BC=1，∴ 在直角三角形 OBC 中，OB=$\sqrt{5}$

则以 O 为圆心，OB 为半径，交数轴于点 A 表示的数为 $-\sqrt{5}$

7. 把长宽分别为 7 和 4 的长方形经过割补变为一个正方形，这个正方形的边长在（　　）

A. 5 与 6 之间　　B. 4 与 5 之间　　C. 3 与 4 之间　　D. 2 与 3 之间

【答案】A

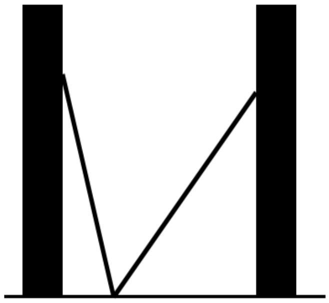
【考点】图形割补面积不变，无理数估算

【解析】由图形的割补知，$S_{长方形}=S_{正方形}=4\times7=28$，则正方形边长为 $\sqrt{28}$

$\because \sqrt{25}<\sqrt{28}<\sqrt{36}$　　$\therefore 5<\sqrt{28}<6$　　故选 A.

8.如图，小巷左右两侧是竖直的墙，一架梯子斜靠在左墙时，梯子底端到左墙角的距离为 0.7 米，顶端距离地面 2.4 米。如果保持梯子底端位置不动，将梯子斜靠在右墙时，顶端距离地面 2 米，则小巷的宽度为（　　）

A. 0.7 米　　B. 1.5 米　　C. 2.2 米　　D. 2.4 米



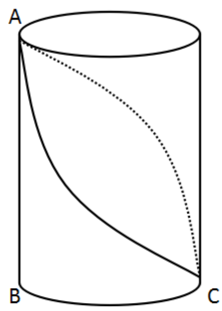
【答案】C

【考点】勾股定理实际应用

【解析】由题意知，在左边直角三角形中，两条直角边分别为 2. 4 米和 0. 7 米，则由勾股定理知，斜边即梯子长度为 2. 5 米。故右边直角三角形中斜边和竖直直角边分别为 2. 5 米和 2 米，同理由勾股定理知，水平距离为 1. 5 米。综上所述，小巷宽度为：0. 7+1. 5=2. 2 米

9.如图，已知圆柱的底面直径 BC= $\frac{6}{\pi}$ ，高 AB =3，小虫在圆柱表面爬行，从 C 点爬到 A 点，然后再沿另一面爬回 C 点，则小虫爬行的最短路程为（　　）

A. $3\sqrt{2}$　　B. $3\sqrt{5}$　　C. $6\sqrt{5}$　　D. $6\sqrt{2}$

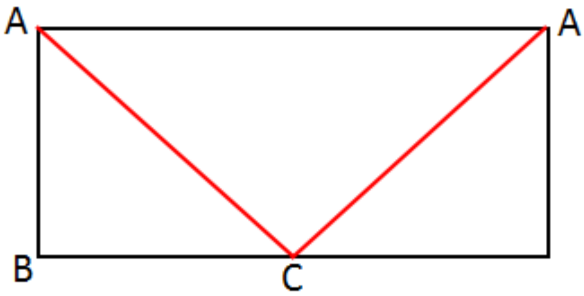


9题图

【答案】D

【考点】圆柱的最短路径问题

【解析】将圆柱展开如图所示：

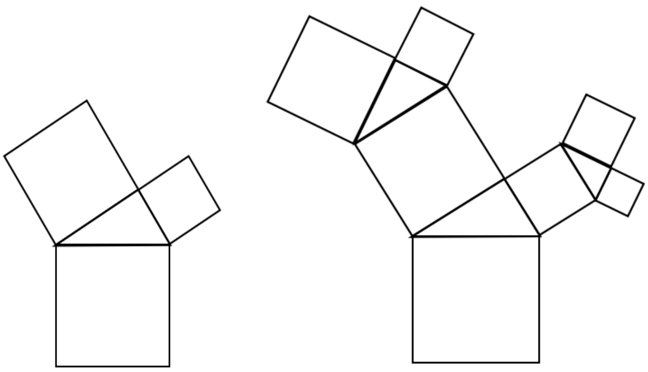


则如图所示小虫的最短路径就是 2AC

由已知得 BC=$\frac{1}{2}\times\pi\times\frac{6}{\pi}$=3，AB=3，则 AC= $3\sqrt{2}$，∴最短路程为 $6\sqrt{2}$

10.有一个面积为 1 的正方形，经过一次“生长”后，在他的左右肩上生出两个小正方形（如图 1），其中三个正方形围成的三角形是直角三角形，再经过一次“生长”后，生出 4 个正方形（如图 2），如果按此规律继续“生长”下去，它将变得枝繁叶茂。在“生长”了 2017 次后形成的图形中所有正方形的面积和是（　　）

A. 2016　　　B. 2017　　　C. 2018　　　D. 2019



【答案】C

【考点】勾股树

【解析】由勾股定理知，

生长 1 次，图 1 中，新生出的两个正方形面积和为 1，所有正方形面积和为 1+1=2；

生长 2 次，图 2 中，新生出的四个正方形面积和为 1，所有正方形面积和为 1+1+1=3；

......

生长 2017 次，所有正方形面积和为 1+1+1+...+1=2018

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

11. 16 的平方根是________

【答案】±4

【考点】平方根的定义

【解析】$\pm\sqrt{16} = \pm4$

12. 比较大小：$2\sqrt{7}$________$4\sqrt{2}$

【答案】<

【考点】二次根式的大小比较

【解析】∵$(2\sqrt{7})^2=28$，$(4\sqrt{2})^2=32$　　∵$28<32$　　∴$2\sqrt{7}<4\sqrt{2}$

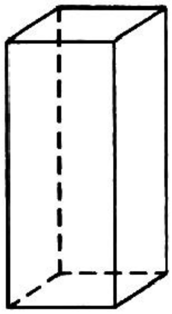
13. 把$\sqrt{\frac{27}{8}}$化为最简二次根式，结果是_______

【答案】$\frac{3\sqrt{6}}{4}$

【考点】二次根式的化简

【解析】$\sqrt{\frac{27}{8}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{4}$

14. 如图所示，一个长方体铁盒的长、宽、高分别是 8cm、6cm、24cm，一根长 28cm 的木棒能否放在这个盒子里？____________(填“能”或“不能”)



【答案】不能

【考点】勾股定理的实际应用：体对角线

【解析】

如图，连接 AB、AF,

在 Rt△ACB 中，∠ACB=90°，由勾股定理得

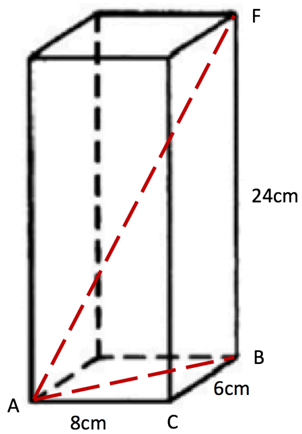
AB=$\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{8^2+6^2}$ =10cm

在 Rt△ABF 中，∠ABF=90°，由勾股定理得

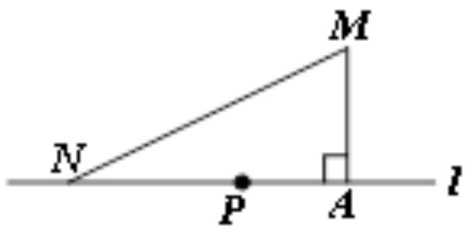
AF=$\sqrt{AB^2+BF^2}=\sqrt{10^2+24^2}$ =26cm

∵26<28

∴木棒不能放进去



15. 如图，商场（点 M）距公路（直线 l）的距离（MA）为 1km，在公路上有一车站（点 N），车站距商场（NM）为 2km，公交公司拟在公路上建一个公交车停靠站（点 P），要求停靠站到商场与到车站的距离相等，则停靠站到车站的距离(MP)的长为_________



【答案】 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$km

【考点】勾股定理的实际应用

【解析】如图，连接 MP, 则 MP = NP

设 MP=x km，则 NP=x km，

在 Rt△AMN 中，∠MAN=90°，由勾股定理得

AN=$\sqrt{MN^2-AM^2}$ = $\sqrt{2^2-1^2}$ =$\sqrt{3}$ km

AP=AN-NP=（$\sqrt{3}-x$）km

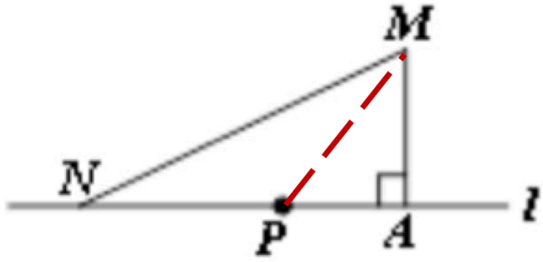
在 Rt△APM 中，∠MAP=90°，由勾股定理得

AN=$\sqrt{MN^2-AM^2}$ = $\sqrt{2^2-1^2}$ =$\sqrt{3}$ km

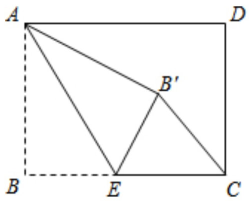
在 Rt△APM 中，∠MAP=90°，由勾股定理得

$AM^2+AP^2=MP^2$

$1^2+(\sqrt{3}-x)^2=x^2$　　　解得 x=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　　∴MP 的长为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$km



16. 如图，矩形 ABCD 中，AB=3, BC=4, 点 E 是 BC 边上一点，连接 AE，把∠B 沿 AE 折叠，使点 B 落在点 B′ 处，当△CEB′ 为直角三角形，BE 的长为__________

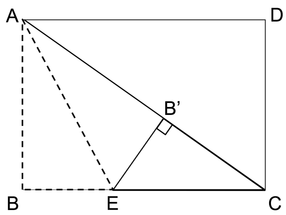


【答案】$\frac{3}{2}$或 3

【考点】勾股定理的折叠问题

【解析】有折叠可得 BE=B’E

①如图 1，



当∠EB’C= 90° 时，A、B’、C 三点共线，

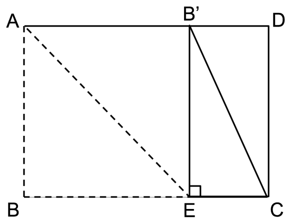
在 Rt△ABC 中，∠B=90°，由勾股定理得 AC=$\sqrt{AB^2+BC^2}$ = $\sqrt{3^2-4^2}$ =5 km

CB’=AC - AB’ = 5-3 = 2 设 BE=BE’=x，则 CE=4-x

在 Rt△CEB’中，∠CB’E=90°，由勾股定理得 $B'E^2+B'C^2=CE^2$

$x^2+2^2=(4-x)^2$ 解得 x=$\frac{3}{2}$ ∴BE=$\frac{3}{2}$

②如图二，



当∠B’EC=90° 时，四边形 B’DCE 为矩形， BE=B’E=CD=3 所以，BE 的长为$\frac{3}{2}$或 3

三、解答题（共 52 分）

17. 计算（每小题 5 分，共 20 分）

（1）$\sqrt{6}\times\sqrt{\frac{2}{3}}-\sqrt{20}\div\sqrt{5}$　　（2）$\frac{\sqrt{8}-\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$

（3）$\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2$　　（4）$4\sqrt{\frac{1}{7}}-\sqrt{28}-\sqrt{700}$

【答案】 0；-2；$8-2\sqrt{15}$；$-\frac{80\sqrt{7}}{7}$

【考点】根式的运算

【解析】（1）原式$=\sqrt{6\times\frac{2}{3}}-\sqrt{20\div5}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{4}$

$=0$

（2）原式$=\frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$=\frac{-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$=-2$

（3）原式$=\left(\sqrt{3}\right)^2-2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2$

$=3-2\sqrt{15}+5$

$=8-2\sqrt{15}$

（4）原式$=\frac{4\sqrt{7}}{7}-2\sqrt{7}-10\sqrt{7}$

$=\left(\frac{4}{7}-2-10\right)\times\sqrt{7}$

$=-\frac{80\sqrt{7}}{7}$

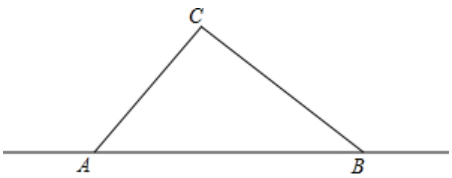
18.（5 分）电视塔越高，从塔顶发射出的电磁波传播的越远，从而能收看电视节目的区域越广，如果电视塔高 h 米，电视节目信号的传播半径为 r 米，则它们之间存在近似关系 $r\approx\sqrt{2Rh}$，其中 R 是地球半径，$R\approx6.4\times10^6$m，已知太原市最高的电视塔高度约为 180 米，求该电视塔发射节目信号的传播半径约为多少米？

【答案】 4.8×10^{4}（米）

【考点】根式的运算

【解析】将所给条件直接代入公式即可：$r=\sqrt{2Rh}=\sqrt{2\times6.4\times10^{6}\times180}=4.8\times10^{4}$（米）

19（15 分）台风是一种自然灾害，它以台风中心为圆心在周围上百千米的范围内形成极端气候，有极强的破坏力.如图,有一台风中心沿东西方向 AB 由 A 行驶向 B,已知点 C 为一海港,且点 C 与直线 AB 上的两点 A、B 的距离分别为 AC=300km,BC=400km,又 AB=500km,以台风中心为圆心周围 250km 以内为受影响区域.



（1）求∠ACB 的度数；（5 分）

（2）海港 C 受台风影响吗?为什么?（5 分）

（3）若台风的速度为 20 千米/小时,当台风运动到点 E 处时，海港 C 刚好受到影响，当台风运动到点 F 处时，海港 C 刚好不受影响，即 CE=CF=250km，则台风影响该海港持续的时间有多长?

【答案】（1）∠ACB=90°　（2）受影响，答案见解析　（3）7 小时

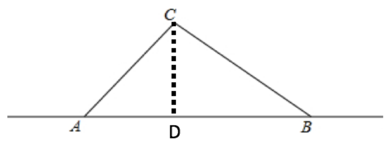
【考点】勾股定理的应用

【解析】（1）∵在△ABC 中，$AC^2+BC^2=300^2+400^2=250000=AB^2$ 即 $AC^2+BC^2=AB^2$

∴△ABC 为直角三角形

∴∠ACB=90°

（2）海港 C 受台风影响，



理由：过点 C 作 CD⊥AB，

∵△ABC 是直角三角形

∴AC×BC=CD×AB

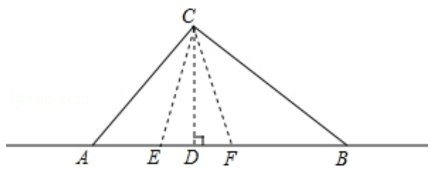
∴300×400=500×CD

∴CD=240 km

∵以台风中心为圆心周围 250km 以内为受影响区域，240＜250

∴海港 C 受台风影响；

（3）



当 EC=250km，FC=250km 时，正好影响 C 港口

∵在 Rt△CED 中 $ED^2=CE^2-CD^2=4900$ km

∴ED=70km

∴EF=2ED=140km

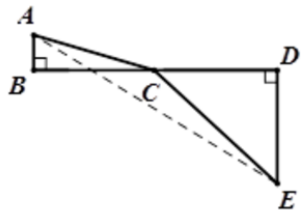
∵台风的速度为 20 千米/小时

∴台风影响该海港持续的时间为：140÷20=7（小时）

答：台风影响该海港持续的时间为 7 小时.

20.(5 分)为了探索代数式 $\sqrt{x^2+1}+\sqrt{(8-x)^2+25}$ 的最小值，小张巧妙的运用了数学思想，具体方法是这样的：

如图，C 为线段 BD 上一动点，分别过点 B、D 作 AB⊥BD，ED⊥BD，连结 AC、EC．已知 AB=1，DE=5，BD=8，设 BC=x．则 $AC=\sqrt{x^2+1}, CE=\sqrt{(8-x)^2+25}$，则问题即转化成求 AC+CE 的最小值．



（1）我们知道当 A、C、E 在同一直线上时，AC+CE 的值最小，于是可求得 $\sqrt{x^2+1}+\sqrt{(8-x)^2+25}$ 的最小值等于_______；

（2）题中"小张巧妙的运用了数学思想"是指哪种主要的数学思想？____________

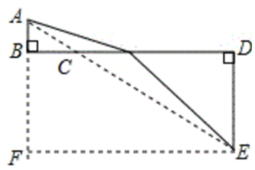
（选填：函数思想，分类讨论思想，类比思想，数形结合思想）

（3）请你根据上述的方法和结论，试构图求出代数式 $\sqrt{x^2+4}+\sqrt{(12-x)^2+9}$ 的最小值________．

【答案】（1）10；（2）数形结合思想；（3）13.

【考点】最短路线问题、勾股定理应用

【解析】(1)解：过点 E 作 EF∥BD，交 AB 的延长线于 F 点



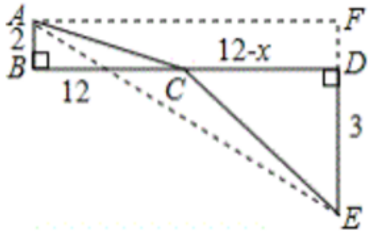
根据题意，四边形 BDEF 为矩形．

AF=AB+BF=1+5=6，EF=BD=8.

$AE=\sqrt{6^2+8^2}=10$

(2)数形结合思想

(3)过点 A 作 AF∥BD，交 ED 的延长线于 F 点



根据题意，四边形 ABDF 为矩形.

EF=DF+DE=AB+DE=2+3=5，AF=DB=12.　　$\therefore AE=\sqrt{12^2+5^2}=13$

即 AC+CE 的值最小 13.

21.（7分）定义：我们把三边长和面积都是整数的三角形称为“整数三角形”.

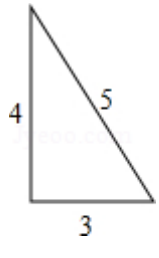
数学学习小组的同学从 32 根等长的火柴棒（每根长度记为 1 个单位）中取出若干根，首尾依次相接组成三角形，进行探究活动.

小亮用 12 根火柴棒，摆成如图所示的“整数三角形”；

（1）小颖：分别用 24 根和 30 根火柴棒摆出两个直角“整数三角形”，请你画出小颖摆出的两个直角“整数三角形”的示意图，并标明每条边所用火柴棒的数目；

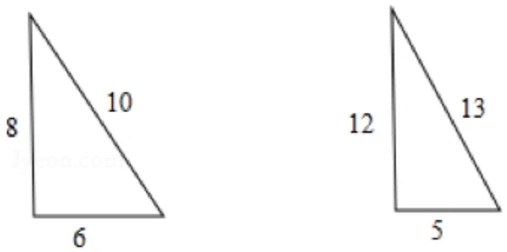
（2）小辉受到小亮、小颖的启发，进行了三次探究活动，每次都从 32 根等长的火柴棒（每根长度记为 1 个单位）中取出若干根，首尾依次相接组成三角形，分别摆出三个不同的等腰“整数三角形”，请你画出小辉摆出的三个等腰“整数三角形”的示意图，并标明每条边所用火柴棒的数目；

（3）你能否也从中取出若干根，摆出一个非特殊（既非直角三角形，也非等腰三角形）“整数三角形”. 如果能，请画出示意图，并在图上标明计算面积所需的三角形的高和每条边所用火柴棒的数目；如果不能，请说明理由。

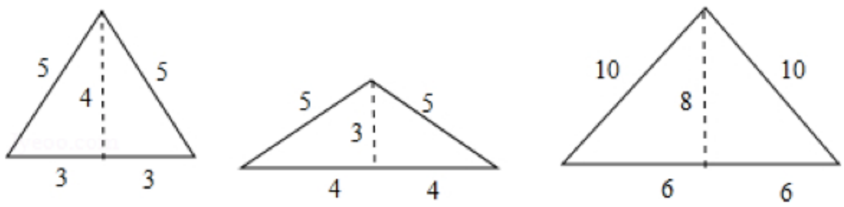


【答案】

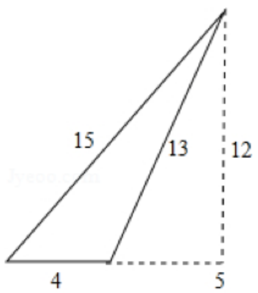
（1）



（2）



（3）



【考点】勾股定理的综合应用，勾股数的熟记。

【解析】常见的勾股数有3、4、5 ；5、12、13； 6、8、10 ； 7、24、25 ； 8、15、17 ；9、12、15等等，本题考查灵活。

（1）用24根和30根火柴棒摆出两个直角“整数三角形”，常见的勾股数中只有6、8、10满足三边之和24；且5、12、13满足三边之和是30；

（2）要摆出等腰“整数三角形”，需保证三边长和面积都是整数；由三线合一可知，等腰三角形的一半是直角三角形，可先画出合适的直角三角形再补充成完整的等腰三角形；

（3）要摆出“整数三角形”，需使三角形的底与高均为整数，结合（2）问思路，可将两个直角三角形进行组合，常见等高直角三角形有：6、8、10与8、15、17；9、12、15与5、12、13 等。