2016-2017学年江苏省南京市鼓楼区九年级（上）期中数学试卷

一、选择题（共6小题，每小题2分，满分12分）

1．方程$x^2=x$的根是（　　）

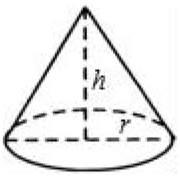
A．$x=1$　B．$x=-1$ C．$x_1=0$，$x_2=1$　 D．$x_1=0$，$x_2=-1$

2．一元二次方程$x^2-4x+4=0$的根的情况是（　　）

A．有两个不相等的实数根 B．有两个相等的实数根

C．无实数根 D．无法确定

3．如图，圆锥的底面半径r为6cm，高h为8cm，则圆锥的侧面积为（　　）



A．$30\pi cm^2$　B．$48\pi cm^2$　C．$60\pi cm^2$　D．$80\pi cm^2$

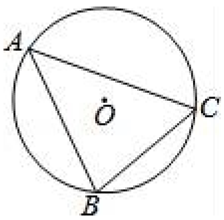
4．某单位要招聘1名英语翻译，张明参加招聘考试的成绩如表所示：

	听	说	读	写
张明	90	80	83	82

若把听、说、读、写的成绩按3：3：2：2计算平均成绩，则张明的平均成绩为（　　）

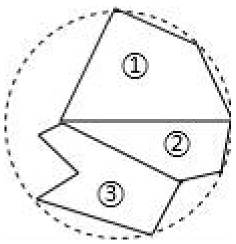
A．82　B．83　C．84　D．85

5．如图，有一圆O通过△ABC的三个顶点．若∠B=75°，∠C=60°，且$\overset{\frown}{BC}$的长度为4π，则BC的长度为何？（　　）



A．8　B．$8\sqrt{2}$ C．16　D．$16\sqrt{2}$

6．小明不慎把家里的圆形镜子打碎了，其中三块碎片如图所示，三块碎片中最有可能配到与原来一样大小的圆形镜子的碎片是（　　）



A．① B．② C．③ D．均不可能

二、填空题（共 10 小题，每小题 2 分，满分 20 分）

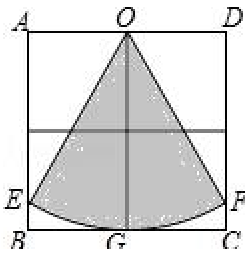
7．用配方法解方程 $x^2-4x=5$ 时，方程的两边同时加上____，使得方程左边配成一个完全平方式．

8．若⊙O 的直径为 2，OP=2，则点 P 与⊙O 的位置关系是：点 P 在⊙O____．

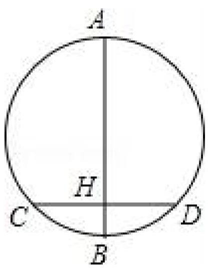
9．若一元二次方程 $2x^2+4x+1=0$ 的两根是 x_1、x_2，则 x_1+x_2 的值是____．

10．一只不透明的袋子中装有 2 个红球、3 个白球，这些球除颜色外都相同，摇匀后从中任意摸出一个球，摸到红球的概率是____．

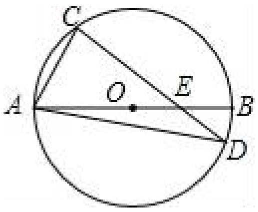
11．如图，四个小正方形的边长都是 1，若以 O 为圆心，OG 为半径作弧分别交 AB、DC 于点 E、F，则图中阴影部分的面积为____．



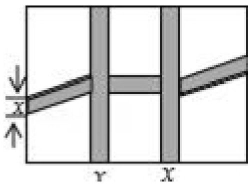
12．如图所示圆中，AB 为直径，弦 CD⊥AB，垂足为 H．若 HB=2，HD=4，则 AH=____．



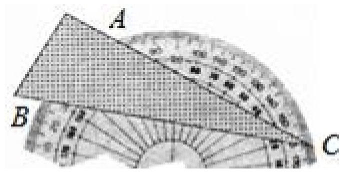
13．如图，AB 为⊙O 的直径，弦 CD 与 AB 交于点 E，连接 AD．若∠C=80°，∠CEA=30°，则∠CDA=____°．



14．如图，某单位准备将院内一块长 30m，宽 20m 的长方形花园中修两条纵向平行和一条横向弯折的小道，剩余的地方种植花草，如图，要使种植花草的面积为 532m^2，设小道进出口的宽度为 x m，根据条件，可列出方程：____.



15．将一个三角形纸板按如图所示的方式放置一个破损的量角器上，使点 C 落在半圆上，若点 A、B 处的读数分别为 65°、20°，则∠ACB 的大小为____°.



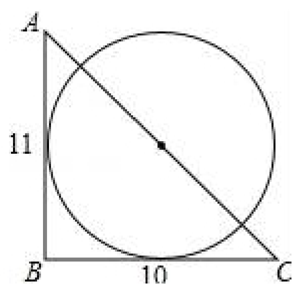
16．如图，△ABC 中，∠B=90°，AB=11，BC=10，若⊙O 的半径为 5 且与 AB、BC 相切，以下说法不正确的是____.

①圆心 O 是∠B 的角平分线与 AC 的交点；

②圆心 O 是∠B 的角平分线与 AB 的垂直平分线的交点；

③圆心 O 是 AB 的垂直平分线与 BC 的垂直平分线的交点；

④圆心 O 是∠B 的角平分线与 BC 的垂直平分线的交点.



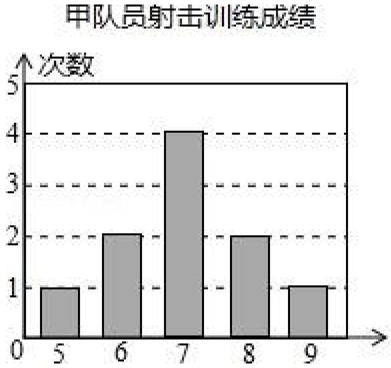
三、解答题（共 11 小题，满分 88 分）

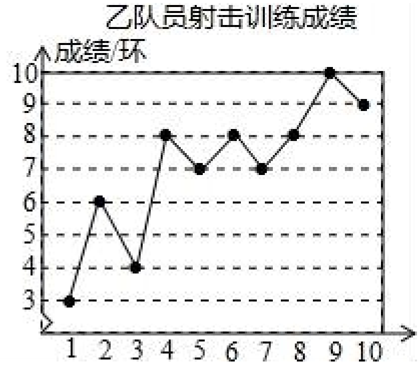
17．解下列一元二次方程.

（1）$x^2+6x+5=0$；

（2）$x^2+x-1=0$.

18．甲、乙两名队员参加射击训练，成绩分别被制成下列两个统计图：





根据以上信息，整理分析数据如下：

	平均成绩/环	中位数/环	众数/环	方差
甲	a	7	7	1.2
乙	7	b	8	c

（1）写出表格中 a，b，c 的值；

（2）分别运用表中的四个统计量，简要分析这两名队员的射击训练成绩．若选派其中一名参赛，你认为应选哪名队员？

19．已知关于 x 的方程 $mx^2-(m+2)x+2=0$

（1）求证：不论 m 为何值，方程总有实数根；

（2）若方程的一个根是 2，求 m 的值及方程的另一个根．

20．甲、乙、丙、丁 4 位同学进行一次乒乓球单打比赛，要从中选 2 名同学打第一场比赛．

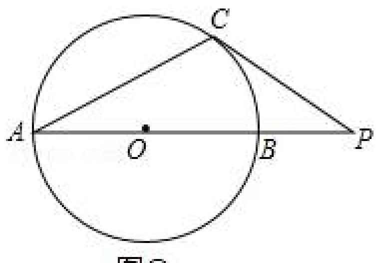
（1）已确定甲同学打第一场比赛，再从其余 3 名同学中随机选取 1 名，恰好选中乙同学的概率是____；

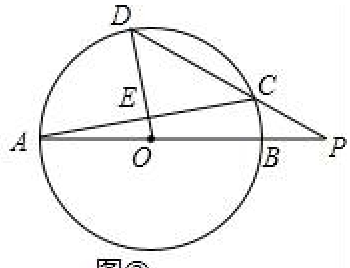
（2）随机选取 2 名同学，求其中有乙同学的概率．

21．在⊙O 中，AB 为直径，C 为⊙O 上一点．

（Ⅰ）如图 1．过点 C 作⊙O 的切线，与 AB 的延长线相交于点 P，若∠CAB=27°，求∠P 的大小；

（Ⅱ）如图 2，D 为$\widehat{AC}$上一点，且 OD 经过 AC 的中点 E，连接 DC 并延长，与 AB 的延长线相交于点 P，若∠CAB=10°，求∠P 的大小．





22．我们知道，各类方程的解法虽然不尽相同，但是它们的基本思想都是“转化”，即把未知转化为已知．用“转化”的数学思想，我们还可以解一些新方程．

认识新方程：

像$\sqrt{2x+3}$=x 这样，根号下含有未知数的方程叫做无理方程，可以通过方程两边平方把它转化为 $2x+3=x^2$，解得 $x_1=3$，$x_2=-1$．但由于两边平方，可能产生增根，所以需要检验，经检验，$x_2=-1$ 是原方程的增根，舍去，所以原方程的解是 x=3．

运用以上经验，解下列方程：

（1）$\sqrt{16-6x}$=x；

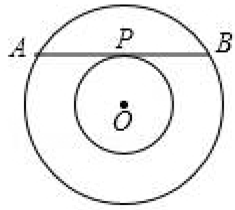
（2）x+2$\sqrt{x-3}$=6．

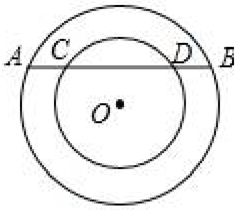
23．圆心相同，半径不相等的两个圆叫做同心圆，用大圆的面积减去小圆的面积就是圆环的面积．

（1）如图 1，大圆的弦 AB 切小圆于点 P，求证：AP=BP；

（2）若 AB=2a，请用含有 a 的代数式表示图 1 中的圆环面积；

（3）如图 2，若大圆的弦 AB 交小圆于 C、D 两点，且 AB=8，CD=6，则圆环的面积为<u>　7π　</u>．



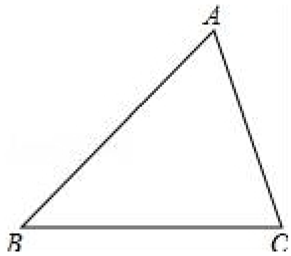


24．某农场去年种植南瓜 10 亩，总产量为 20000kg，今年该农场扩大了种植面积，并引进新品种，使产量增长到 60000kg．已知今年种植面积的增长率是今年平均亩产量增长率的 2 倍，求今年平均亩产量的增长率．

25．如图，已知△ABC，利用尺规完成下列作图（不写画法，保留作图痕迹）．

（1）作△ABC 的外接圆；

（2）若△ABC 所在平面内有一点 D，满足∠CAB=∠CDB，BC=BD，求作点 D.



26．某青年旅社有 60 间客房供游客居住，在旅游旺季，当客房的定价为每天 200 元时，所有客房都可以住满．客房定价每提高 10 元，就会有 1 个客房空闲，对有游客入住的客房，旅社还需要对每个房间支出 20 元/每天的维护费用，设每间客房的定价提高了 x 元．

（1）填表（不需化简）

	入住的房间数量	房间价格	总维护费用
提价前	60	200	60×20
提价后	________	________________	______

（2）若该青年旅社希望每天纯收入为 14000 元且能吸引更多的游客，则每间客房的定价应为多少元？（纯收入=总收入﹣维护费用）

27．问题呈现：

如图 1，⊙O 是 Rt△ABC 的外接圆，∠ABC=90°，弦 BD=BA，BE⊥DC 交 DC 的延长线于点 E．求证：BE 是⊙O 的切线．

问题分析：

连接 OB，要证明 BE 是⊙O 的切线，只要证明 OB__⊥__BE，由题意知∠E=90°，故只需证明 OB__∥__DE.

解法探究：

（1）小明对这个问题进行了如下探索，请补全他的证明思路：

如图 2，连接 AD，由∠ECB 是圆内接四边形 ABCD 的一个外角，可证∠ECB=∠BAD，因为 OB=OC，所以__∠CBO=∠BCO__，因为 BD=BA，所以__∠BAD=∠BDA__，利用同弧所对的圆周角相等和等量代换，得到__∠ECB=∠CBO__，所以 DE∥OB，从而证明出 BE 是⊙O 的切线.

（2）如图 3，连接 AD，作直径 BF 交 AD 于点 H，小丽发现 BF⊥AD，请说明理由.

（3）利用小丽的发现，请证明 BE 是⊙O 的切线．（要求给出两种不同的证明方法）.

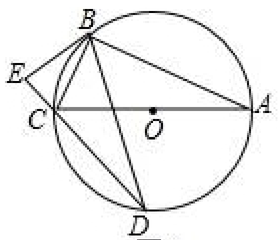


图1

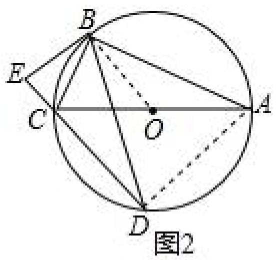


图2

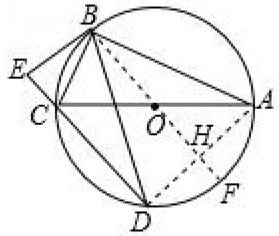
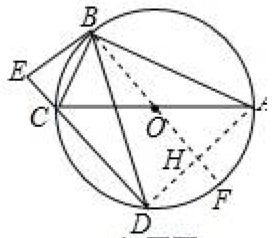


图3



备用图

2016-2017学年江苏省南京市鼓楼区九年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共6小题，每小题2分，满分12分）

1．方程$x^2=x$的根是（　　）

A．$x=1$　B．$x=-1$ C．$x_1=0$，$x_2=1$　　D．$x_1=0$，$x_2=-1$

【考点】解一元二次方程-因式分解法．

【分析】移项后分解因式，即可得出两个一元一次方程，求出方程的解即可．

【解答】解：$x^2=x$，

$x^2-x=0$，

$x（x-1）=0$，

$x=0$，$x-1=0$，

$x_1=0$，$x_2=1$，

故选C．

【点评】本题考查了解一元二次方程的应用，能把一元二次方程转化成一元一次方程是解此题的关键．

2．一元二次方程$x^2-4x+4=0$的根的情况是（　　）

A．有两个不相等的实数根 B．有两个相等的实数根

C．无实数根 D．无法确定

【考点】根的判别式．

【分析】将方程的系数代入根的判别式中，得出△=0，由此即可得知该方程有两个相等的实数根．

【解答】解：在方程$x^2-4x+4=0$中，

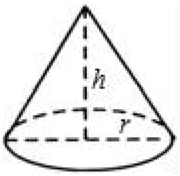
$△=（-4）^2-4×1×4=0$，

∴该方程有两个相等的实数根．

故选 B．

【点评】本题考查了根的判别式，解题的关键是代入方程的系数求出△=0．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据根的判别式得正负确定方程解得个数是关键．

3．如图，圆锥的底面半径 r 为 6cm，高 h 为 8cm，则圆锥的侧面积为（　　）



A．$30\pi cm^2$　B．$48\pi cm^2$　C．$60\pi cm^2$　D．$80\pi cm^2$

【考点】圆锥的计算．

【分析】首先利用勾股定理求出圆锥的母线长，再通过圆锥侧面积公式可以求得结果．

【解答】解：∵h=8，r=6，

可设圆锥母线长为 l，

由勾股定理，$l=\sqrt{8^2+6^2}=10$，

圆锥侧面展开图的面积为：$S_{侧}=\frac{1}{2}\times 2\times 6\pi\times 10=60\pi$，

所以圆锥的侧面积为 $60\pi cm^2$．

故选：C．

【点评】本题主要考察圆锥侧面积的计算公式，解题关键是利用底面半径及高求出母线长即可．

4．某单位要招聘 1 名英语翻译，张明参加招聘考试的成绩如表所示：

	听	说	读	写
张明	90	80	83	82

若把听、说、读、写的成绩按 3：3：2：2 计算平均成绩，则张明的平均成绩为（　　）

A．82　B．83　C．84　D．85

【考点】加权平均数．

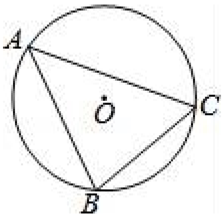
【分析】根据加权平均数的计算公式进行计算即可．

【解答】解：张明的平均成绩为：（90×3+80×3+83×2+82×2）÷10=84；

故选 C．

【点评】此题考查了加权平均数的计算公式，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：数据的权能够反映数据的相对“重要程度”，要突出某个数据，只需要给它较大的“权”，权的差异对结果会产生直接的影响．

5．如图，有一圆 O 通过△ABC 的三个顶点．若∠B=75°，∠C=60°，且$\overset{\frown}{BC}$的长度为 4π，则 BC 的长度为何？（　　）



A．8　　B．$8\sqrt{2}$ C．16　　D．$16\sqrt{2}$

【考点】弧长的计算．

【分析】由三角形的内角和公式求出∠A，即可求得圆心角∠BOC=90°，由弧长公式求得半径，再由勾股定理求得结论．

【解答】解：连接 OB，OC，

∵∠B=75°，∠C=60°，

∴∠A=45°，∴∠BOC=90°，

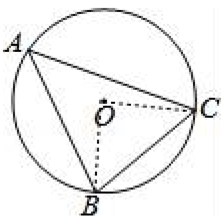
∵$\overset{\frown}{BC}$的长度为 4π，

∴$\frac{90\pi \cdot OB}{180}$=4π，

∴OB=8，

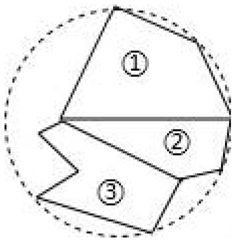
∴BC=$\sqrt{OB^2+OC^2}$=$\sqrt{8^2+8^2}$=$8\sqrt{2}$，

故选 B．



【点评】本题主要考查了三角形内角和定理，弧长公式，圆周角定理，勾股定理，熟记弧长公式是解决问题的关键．

6．小明不慎把家里的圆形镜子打碎了，其中三块碎片如图所示，三块碎片中最有可能配到与原来一样大小的圆形镜子的碎片是（　　）



A．①　B．②　C．③　D．均不可能

【考点】垂径定理的应用．

【分析】要确定圆的大小需知道其半径．根据垂径定理知第①块可确定半径的大小．

【解答】解：第①块出现两条完整的弦，作出这两条弦的垂直平分线，两条垂直平分线的交点就是圆心，进而可得到半径的长．

故选 A．

【点评】本题考查了垂径定理的应用，确定圆的条件，解题的关键是熟练掌握：圆上任意两弦的垂直平分线的交点即为该圆的圆心．

二、填空题（共 10 小题，每小题 2 分，满分 20 分）

7．用配方法解方程 $x^2-4x=5$ 时，方程的两边同时加上$\underline{\quad 4\quad}$，使得方程左边配成一个完全平方式．

【考点】解一元二次方程-配方法．

【分析】要使方程左边配成一个完全平方式，需要等式两边同时加上一次项系数一半的平方．

【解答】解：∵$x^2-4x=5$，∴$x^2-4x+4=5+4$，

∴用配方法解方程 $x^2-4x=5$ 时，方程的两边同时加上 4，使得方程左边配成一个完全平方式．

【点评】此题考查配方法的一般步骤：

①把常数项移到等号的右边；

②把二次项的系数化为 1；

③等式两边同时加上一次项系数一半的平方．

选择用配方法解一元二次方程时，最好使方程的二次项的系数为 1，一次项的系数是 2 的倍数．

8．若⊙O 的直径为 2，OP=2，则点 P 与⊙O 的位置关系是：点 P 在⊙O__外__．

【考点】点与圆的位置关系．

【分析】由条件可求得圆的半径为 1，由条件可知点 P 到圆心的距离大于半径，可判定点 P 在圆外．

【解答】解：

∵⊙O 的直径为 2，

∴⊙O 的半径为 1，

∵OP=2＞1，

∴点 P 在⊙O 外，

故答案为：外．

【点评】本题主要考查点与圆的位置关系，利用点到圆心的距离 d 与半径 r 的大小关系判定点与圆的位置关系是解题的关键．

9．若一元二次方程 $2x^2+4x+1=0$ 的两根是 x_1、x_2，则 x_1+x_2 的值是__-2__．

【考点】根与系数的关系．

【分析】根据根与系数的关系即可得出 x_1+x_2 的值，此题的解．

【解答】解：∵一元二次方程 $2x^2+4x+1=0$ 的两根是 x_1、x_2，

∴$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-2$．

故答案为：-2．

【点评】本题考查了根与系数的关系，熟练掌握两根之和为$-\frac{b}{a}$是解题的关键．

10．一只不透明的袋子中装有 2 个红球、3 个白球，这些球除颜色外都相同，摇匀后从中任意摸出一个球，摸到红球的概率是__$\frac{2}{5}$__．

【考点】概率公式．

【分析】先求出总球的个数，再根据概率公式进行计算即可得出答案．

【解答】解：∵有 2 个红球、3 个白球，

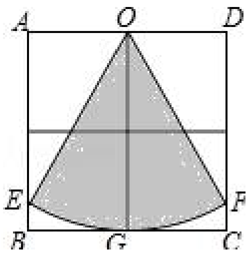
∴共有 2+3=5 个球，

∴摸到红球的概率是$\frac{2}{5}$；

故答案为：$\frac{2}{5}$.

【点评】此题主要考查了概率公式的应用，关键是要明确：随机事件 A 的概率 P（A）=事件 A 可能出现的结果数÷所有可能出现的结果数.

11．如图，四个小正方形的边长都是 1，若以 O 为圆心，OG 为半径作弧分别交 AB、DC 于点 E、F，则图中阴影部分的面积为 $\underline{\quad\frac{2\pi}{3}\quad}$.



【考点】扇形面积的计算.

【分析】先根据 OD=$\frac{1}{2}$OF 得出∠DOF=60°，同理可得出∠AOE=60°，进而得出∠EOF 的度数，根据扇形的面积公式即可得出结论.

【解答】解：∵OD=1，OF=OG=2，

∴cos∠DOF=$\frac{OD}{OF}$=$\frac{1}{2}$，

∴∠DOF=60°.

同理，∠AOE=60°，

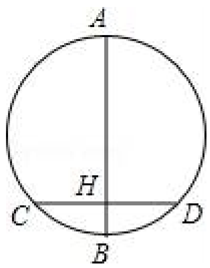
∴∠EOF=180°−60°−60°=60°，

∴图中阴影部分的面积=$\frac{60\pi\times 2^2}{360}$=$\frac{2\pi}{3}$.

故答案为：$\frac{2\pi}{3}$.

【点评】本题考查的是扇形面积的计算，熟记扇形的面积公式是解答此题的关键.

12．如图所示圆中，AB 为直径，弦 CD⊥AB，垂足为 H．若 HB=2，HD=4，则 AH=$\underline{\quad 8\quad}$．



【考点】垂径定理；勾股定理．

【分析】取 AB 的中点 O，连接 OD，设 OD=r，则 OH=r﹣2，再根据勾股定理求出 r 的值，进而可得出结论．

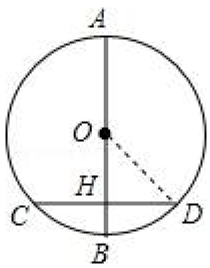
【解答】解：取 AB 的中点 O，连接 OD，设 OD=r，则 OH=r﹣2，

在 Rt△ODH 中，

∵$OH^2+DH^2=OD^2$，即（r﹣2）$^2+4^2=r^2$，解得 r=5，

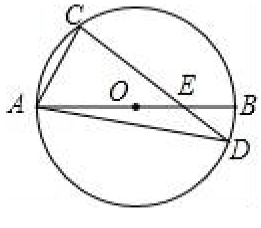
∴AH=AB﹣BH=10﹣2=8．

故答案为：8．



【点评】本题考查的是垂径定理，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形，利用勾股定理求解是解答此题的关键．

13．如图，AB 为⊙O 的直径，弦 CD 与 AB 交于点 E，连接 AD．若∠C=80°，∠CEA=30°，则∠CDA=$\underline{\quad 20\quad}$°．



【考点】圆周角定理．

【分析】根据三角形的内角和得到$\angle CAB=180°-80°-30°=70°$，连接 BC，由 AB 为⊙O 的直径，得到$\angle ACB=90°$，根据圆周角定理即可得到结论．

【解答】解：∵$\angle C=80°$，$\angle CEA=30°$，

∴$\angle CAB=180°-80°-30°=70°$，

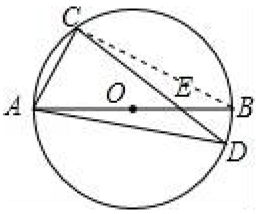
连接 BC，∵AB 为⊙O 的直径，

∴$\angle ACB=90°$，

∴$\angle B=20°$，

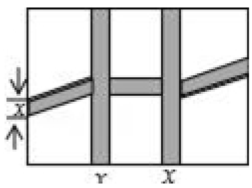
∴$\angle CDA=\angle B=20°$，

故答案为：20．



【点评】本题考查了圆周角定理，三角形的内角和，正确的作出辅助线是解题的关键．

14．如图，某单位准备将院内一块长 30m，宽 20m 的长方形花园中修两条纵向平行和一条横向弯折的小道，剩余的地方种植花草，如图，要使种植花草的面积为 532m^2，设小道进出口的宽度为 x m，根据条件，可列出方程：<u> $x^2-35x+34=0$ </u>．



【考点】由实际问题抽象出一元二次方程．

【分析】设小道进出口的宽度为 xm，根据矩形的面积以及平行四边形的面积结合种植花草的面积为 532m^2，即可列出关于 x 的一元二次方程，整理后即可得出结论．

【解答】解：设小道进出口的宽度为 xm，

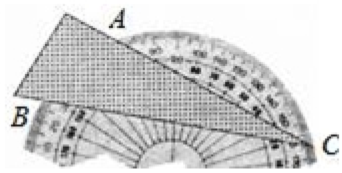
根据题意，得：$30\times20-20\times2x-30x+2xx=532$，

整理，得：$x^2-35x+34=0$．

故答案为：$x^2-35x+34=0$．

【点评】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，根据数量关系列出关于 x 的一元二次方程是解题的关键．

15．将一个三角形纸板按如图所示的方式放置一个破损的量角器上，使点 C 落在半圆上，若点 A、B 处的读数分别为 65°、20°，则∠ACB 的大小为__22.5__°.



【考点】圆周角定理.

【分析】设半圆圆心为 O，连 OA，OB，则∠AOB=86°﹣30°=56°，根据圆周角定理得∠ACB=$\frac{1}{2}$∠AOB，即可得到∠ACB 的大小.

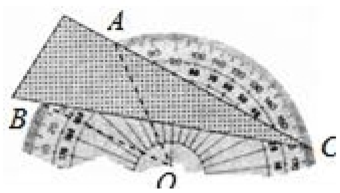
【解答】解：连结 OA、OB，如图，

∵点 A、B 的读数分别为 65°，20°，

∴∠AOB=65°﹣20°=45°，

∴∠ACB=$\frac{1}{2}$∠AOB=22.5°.

故答案为：22.5.



【点评】本题考查了圆周角定理，即在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半，会使用量角器是解决本题的关键.

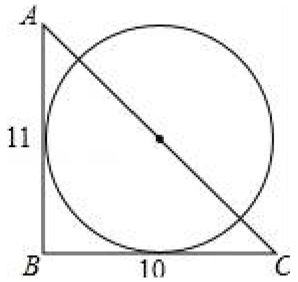
16．如图，△ABC 中，∠B=90°，AB=11，BC=10，若⊙O 的半径为 5 且与 AB、BC 相切，以下说法不正确的是__①②③__.

①圆心 O 是∠B 的角平分线与 AC 的交点；

②圆心 O 是∠B 的角平分线与 AB 的垂直平分线的交点；

③圆心 O 是 AB 的垂直平分线与 BC 的垂直平分线的交点；

④圆心 O 是∠B 的角平分线与 BC 的垂直平分线的交点.



【考点】切线的性质；线段垂直平分线的性质．

【分析】首先连接 OD，OE，易得四边形 ODBE 是正方形，即可得点 O 在∠B 的平分线上，OE 是 BC 的垂直平分线，OD 不是 AB 的垂直平分线，O 不在 AC 的垂直平分线上，点 O 不在 AC 上．

【解答】解：∵⊙O 的半径为 5 且与 AB、BC 相切，

∴OD⊥AB，OE⊥BC，OD=OE=5，

∵∠B=90°，

∴四边形 ODBE 是正方形，

∴BE=BD=OE=OD=5，

∴点 O 在∠B 的平分线上，CE=BC−BE=5，AD=AB−BD=11−5=6，

∴OE 是 BC 的垂直平分线，OD 不是 AB 的垂直平分线，

∵OA=$\sqrt{AD^2+OD^2}$=$\sqrt{61}$，OC=$\sqrt{OE^2+CE^2}$=$5\sqrt{2}$，

∴OA≠OC，

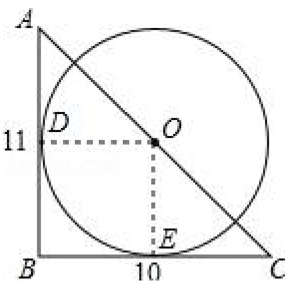
即 O 不在 AC 的垂直平分线上；

∵AC=$\sqrt{AB^2+BC^2}$=$\sqrt{221}$，

∴点 O 不在 AC 上．

∴①②③错误，④正确．

故答案为：①②③．



【点评】此题考查了切线的性质、角平分线的性质以及线段垂直平分线的性质．注意证得四边形 ODBE 是正方形是关键．

三、解答题（共 11 小题，满分 88 分）

17．解下列一元二次方程．

（1）$x^2+6x+5=0$；

（2）$x^2+x-1=0$．

【考点】解一元二次方程-因式分解法．

【分析】（1）因式分解法求解可得；

（2）公式法求解可得．

【解答】解：（1）$(x+1)(x+5)=0$，

∴$x+1=0$ 或 $x+5=0$，

解得：$x=-1$ 或 $x=-5$；

（2）∵$a=1$，$b=1$，$c=-1$，

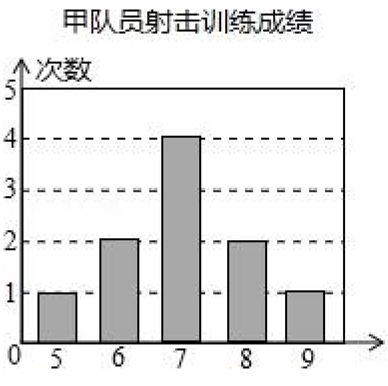
∴$b^2-4ac=1+4=5$，

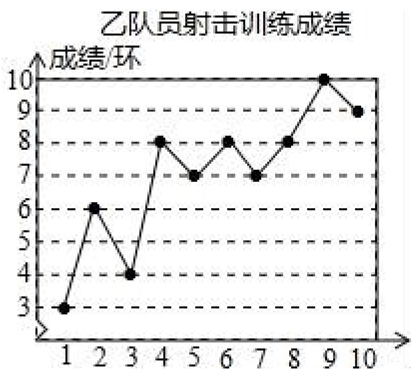
∴$x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$，

∴$x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$，$x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$．

【点评】本题主要考查解一元二次方程的能力，根据不同的方程选择合适的方法是解题的关键．

18．甲、乙两名队员参加射击训练，成绩分别被制成下列两个统计图：





根据以上信息，整理分析数据如下：

	平均成绩/环	中位数/环	众数/环	方差
甲	a	7	7	1.2
乙	7	b	8	c

（1）写出表格中 a，b，c 的值；

（2）分别运用表中的四个统计量，简要分析这两名队员的射击训练成绩．若选派其中一名参赛，你认为应选哪名队员？

【考点】方差；条形统计图；折线统计图；中位数；众数．

【分析】（1）利用平均数的计算公式直接计算平均分即可；将乙的成绩从小到大重新排列，用中位数的定义直接写出中位数即可；根据乙的平均数利用方差的公式计算即可；

（2）结合平均数和中位数、众数、方差三方面的特点进行分析．

【解答】解：（1）甲的平均成绩 $a=\frac{5\times1+6\times2+7\times4+8\times2+9\times1}{1+2+4+2+1}=7$（环），

∵乙射击的成绩从小到大从新排列为：3、4、6、7、7、8、8、8、9、10，

∴乙射击成绩的中位数 $b=\frac{7+8}{2}=7.5$（环），

其方差 $c=\frac{1}{10}\times[(3-7)^2+(4-7)^2+(6-7)^2+2\times(7-7)^2+3\times(8-7)^2+(9-7)^2+(10-7)^2]$

$=\frac{1}{10}\times(16+9+1+3+4+9)$

$=4.2$（环）；

（2）从平均成绩看甲、乙二人的成绩相等均为 7 环，从中位数看甲射中 7 环以上的次数小于乙，从众数看甲射中 7 环的次数最多而乙射中 8 环的次数最多，从方差看甲的成绩比乙的成绩稳定；

综合以上各因素，若选派一名学生参加比赛的话，可选择乙参赛，因为乙获得高分的可能更大．

【点评】本题考查的是条形统计图和方差、平均数、中位数、众数的综合运用．熟练掌握平均数的计算，理解方差的概念，能够根据计算的数据进行综合分析．

19．已知关于 x 的方程 $mx^2-(m+2)x+2=0$

（1）求证：不论 m 为何值，方程总有实数根；

（2）若方程的一个根是 2，求 m 的值及方程的另一个根．

【考点】根与系数的关系；根的判别式．

【分析】（1）分类讨论：当 m=0 时，方程为一元一次方程，有一个实数解；当 m≠0 时，计算判别式得到△=（m−2）^{2}≥0，则方程有两个实数解，于是可判断不论 m 为何值，方程总有实数根；

（2）设方程的另一个根为 t，利用根与系数的关系得到 $2+t=\frac{m+2}{m}$，$2t=\frac{2}{m}$，然后解关于 t 与 m 的方程组即可．

【解答】（1）证明：当 m=0 时，方程变形为−2x+2=0，解得 x=1；

当 m≠0 时，△=（m+2）^{2}−4m2=（m−2）^{2}≥0，方程有两个实数解，

所以不论 m 为何值，方程总有实数根；

（2）设方程的另一个根为 t，

根据题意得 $2+t=\frac{m+2}{m}$，$2t=\frac{2}{m}$，

则 2+t=1+2t，解得 t=1，

所以 m=1，

即 m 的值位 1，方程的另一个根为 1．

【点评】本题考查了根与系数的关系：若 x_1，x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（a≠0）的两根时，$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$．也考查了根的判别式．

20．甲、乙、丙、丁 4 位同学进行一次乒乓球单打比赛，要从中选 2 名同学打第一场比赛．

（1）已确定甲同学打第一场比赛，再从其余 3 名同学中随机选取 1 名，恰好选中乙同学的概率是 $\underline{\frac{1}{3}}$ ；

（2）随机选取 2 名同学，求其中有乙同学的概率．

【考点】列表法与树状图法；概率公式．

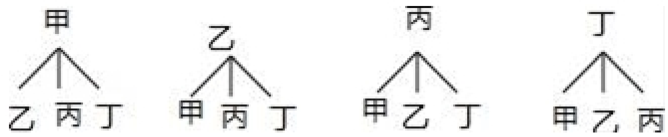
【分析】（1）直接利用概率公式求解；

（2）画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出选取 2 名同学中有乙同学的结果数，然后根据概率公式求解．

【解答】解：（1）已确定甲同学打第一场比赛，再从其余 3 名同学中随机选取 1 名，恰好选中乙同学的概率$=\frac{1}{3}$；

故答案为$\frac{1}{3}$；

（2）画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中选取 2 名同学中有乙同学的结果数为 6，

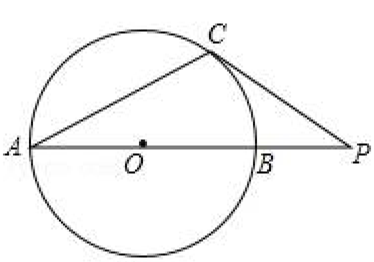
所以有乙同学的概率$=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率.

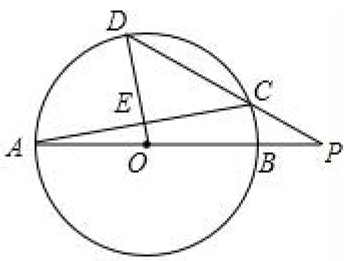
21．在⊙O 中，AB 为直径，C 为⊙O 上一点.

（Ⅰ）如图 1．过点 C 作⊙O 的切线，与 AB 的延长线相交于点 P，若∠CAB=27°，求∠P 的大小；

（Ⅱ）如图 2，D 为$\overset{\frown}{AC}$上一点，且 OD 经过 AC 的中点 E，连接 DC 并延长，与 AB 的延长线相交于点 P，若∠CAB=10°，求∠P 的大小.



图①



图②

【考点】切线的性质.

【分析】（Ⅰ）连接 OC，首先根据切线的性质得到∠OCP=90°，利用∠CAB=27°得到∠COB=2∠CAB=54°，然后利用直角三角形两锐角互余即可求得答案；

（Ⅱ）根据 E 为 AC 的中点得到 OD⊥AC，从而求得∠AOE=90°﹣∠EAO=80°，然后利用圆周角定理求得∠ACD$=\frac{1}{2}$∠AOD=40°，最后利用三角形的外角的性质求解即可.

【解答】解：（Ⅰ）如图，连接 OC，

∵⊙O 与 PC 相切于点 C，

∴OC⊥PC，即∠OCP=90°，

∵∠CAB=27°，

∴∠COB=2∠CAB=54°，

在 Rt△AOE 中，∠P+∠COP=90°，

∴∠P=90°−∠COP=36°；

（Ⅱ）∵E 为 AC 的中点，

∴OD⊥AC，即∠AEO=90°，

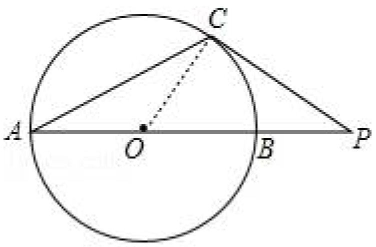
在 Rt△AOE 中，由∠EAO=10°，

得∠AOE=90°−∠EAO=80°，

∴$\angle ACD=\frac{1}{2}\angle AOD=40°$，

∵∠ACD 是△ACP 的一个外角，

∴∠P=∠ACD−∠A=40°−10°=30°.



图①

【点评】本题考查了切线的性质，解题的关键是能够利用圆的切线垂直于经过切点的半径得到直角三角形，难度不大.

22．我们知道，各类方程的解法虽然不尽相同，但是它们的基本思想都是“转化”，即把未知转化为已知．用“转化”的数学思想，我们还可以解一些新方程．

认识新方程：

像$\sqrt{2x+3}=x$ 这样，根号下含有未知数的方程叫做无理方程，可以通过方程两边平方把它转化为 $2x+3=x^2$，解得 $x_1=3$，$x_2=-1$．但由于两边平方，可能产生增根，所以需要检验，经检验，$x_2=-1$ 是原方程的增根，舍去，所以原方程的解是 x=3．

运用以上经验，解下列方程：

（1）$\sqrt{16-6x}=x$；

（2）$x+2\sqrt{x-3}=6$.

【考点】无理方程；分式方程的增根.

【分析】（1）根据平方，可得整式方程，根据解整式方程，可得答案；

（2）根据平方，可得整式方程，根据解整式方程，可得答案.

【解答】解：（1）两边平方，得

$16-6x=x^2$，

整理得：$x^2+6x-16=0$，

解得 $x_1=-8$，$x_1=2$；

经检验 $x=-8$ 是增根，

所以原方程的根为 $x=2$；

（2）

移项得：$2\sqrt{x-3}=6-x$

两边平方，得

$4x-12=x^2-12x+36$，

解得 $x_1=4$，$x_2=12$（不符合题意，舍）.

【点评】本题考查了无理方程，利用平方转化成整式方程是解无理方程的关键，注意要检验方程的根.

23．圆心相同，半径不相等的两个圆叫做同心圆，用大圆的面积减去小圆的面积就是圆环的面积.

（1）如图 1，大圆的弦 AB 切小圆于点 P，求证：AP=BP；

（2）若 AB=2a，请用含有 a 的代数式表示图 1 中的圆环面积；

（3）如图 2，若大圆的弦 AB 交小圆于 C、D 两点，且 AB=8，CD=6，则圆环的面积为__7π__.

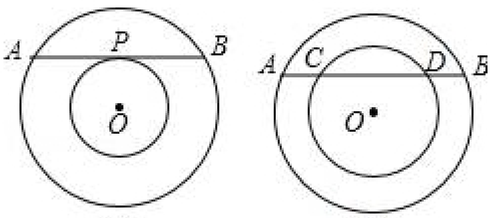


图1　　图2

【考点】切线的性质．

【分析】（1）根据切线的性质以及垂径定理即可证明．

（2）根据圆环的面积等于两圆的面积差，再根据切线的性质定理、勾股定理、垂径定理求解．

（3）首先连接 OA，OC，由勾股定理可得：$OE^2=OA^2-AE^2$，$OE^2=OC^2-CE^2$，继而可得 $OA^2-OC^2=7$，则可求得圆环的面积

【解答】（1）证明：如图 1 中，连接 OP．

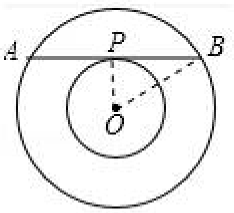


图1

∵AB 是小圆的切线，P 是切点，

∴OP⊥AB，

∴PA=PB．

（2）解：如图 1 中，连接 OB．

∵大圆的弦 AB 是小圆的切线，

∴OP⊥AB，AP=PB，

∴$OB^2-OP^2=(2a\div 2)^2=a^2$，

∵$S_{圆环}=S_{大}-S_{小}=\pi OB^2-\pi OP^2=\pi(OB^2-OP^2)$，

∴$S_{圆环}=\pi a^2$．

（3）解：如图 2 中，连接 OA，OC，作 OE⊥AB 于点 E．

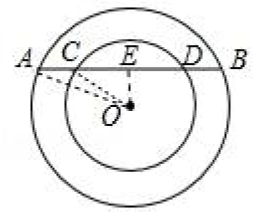


图2

在 Rt△AOE 与 Rt△OCE 中：$OE^2=OA^2-AE^2$，$OE^2=OC^2-CE^2$，

∴$OA^2-AE^2=OC^2-CE^2$，

∴$OA^2-OC^2=AE^2-CE^2$，

∵AB=8，CD=6，

∴AE=EB=4，CE=DE=3，

∴$OA^2-OC^2=7$，

∴圆环的面积为：$\pi OA^2-\pi OC^2=\pi（OA^2-OC^2）=7\pi$.

故答案为 7π.

【点评】此题考查了垂径定理、勾股定理、圆的面积的等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题，注意数形结合思想的应用，属于中考常考题型.

24．某农场去年种植南瓜 10 亩，总产量为 20000kg，今年该农场扩大了种植面积，并引进新品种，使产量增长到 60000kg．已知今年种植面积的增长率是今年平均亩产量增长率的 2 倍，求今年平均亩产量的增长率.

【考点】一元二次方程的应用.

【分析】根据增长后的产量=增长前的产量（1+增长率），设南瓜亩产量的增长率为 x，则种植面积的增长率为 2x，列出方程求解.

【解答】解：设南瓜亩产量的增长率为 x，则种植面积的增长率为 2x.

根据题意，得 10（1+2x）2000（1+x）=60000.

解得：$x_1=0.5$，$x_2=-2$（不合题意，舍去）.

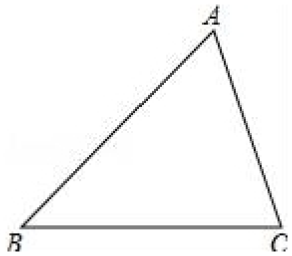
答：南瓜亩产量的增长率为 50%.

【点评】本题考查的是基本的一元二次方程的应用题，解题的关键是了解有关增长率问题的一般解法，难度一般.

25．如图，已知△ABC，利用尺规完成下列作图（不写画法，保留作图痕迹）.

（1）作△ABC 的外接圆；

（2）若△ABC 所在平面内有一点 D，满足∠CAB=∠CDB，BC=BD，求作点 D.



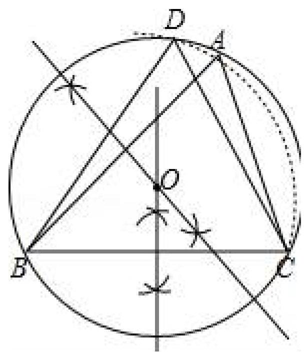
【考点】作图—复杂作图；圆周角定理；三角形的外接圆与外心.

【分析】（1）作出 BD、BC 的垂直平分线，两线的交点就是⊙O 的圆心 O 的位置，然后以 O 为圆心 AO 长为半径画圆即可；

（2）以 B 为圆心，BC 长为半径化弧，交⊙O 于点 D，再连接 BD，CD 即可.

【解答】解：（1）如图所示：⊙O 即为所求；

（2）如图所示：点 D 即为所求.



【点评】此题主要考查了复杂作图，以及圆周角定理，关键是掌握三角形外接圆的圆心是三角形三条边垂直平分线的交点，叫做三角形的外心．在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等.

26．某青年旅社有 60 间客房供游客居住，在旅游旺季，当客房的定价为每天 200 元时，所有客房都可以住满．客房定价每提高 10 元，就会有 1 个客房空闲，对有游客入住的客房，旅社还需要对每个房间支出 20 元/每天的维护费用，设每间客房的定价提高了 x 元.

（1）填表（不需化简）

	入住的房间数量	房间价格	总维护费用
提价前	60	200	60×20

提价后	$60-\frac{x}{10}$	200+x	（$60-\frac{x}{10}$）×20

（2）若该青年旅社希望每天纯收入为 14000 元且能吸引更多的游客，则每间客房的定价应为多少元？（纯收入=总收入－维护费用）

【考点】一元二次方程的应用．

【分析】（1）住满为 60 间，x 表示每个房间每天的定价增加量；定价每增加 10 元时，就会有一个房间空闲，房间空闲个数为$\frac{x}{10}$，入住量=60－房间空闲个数，列出代数式；

（2）用：每天的房间收费=每间房实际定价×入住量，每间房实际定价=200+x，列出方程．

【解答】解：（1）∵增加 10 元，就有一个房间空闲，增加 20 元就有两个房间空闲，以此类推，空闲的房间为$\frac{x}{10}$，

∴入住的房间数量=$60-\frac{x}{10}$，房间价格是（200+x）元，总维护费用是（$60-\frac{x}{10}$）×20．

故答案是：$60-\frac{x}{10}$；200+x；（$60-\frac{x}{10}$）×20；

（2）依题意得：（200+x）（$60-\frac{x}{10}$）－（$60-\frac{x}{10}$）×20=14000，

整理，得

$x^2-420x+32000=0$，

解得 $x_1=320$，$x_2=100$．

当 x=320 时，有游客居住的客房数量是：$60-\frac{x}{10}=28$（间）．

当 x=100 时，有游客居住的客房数量是：$60-\frac{x}{10}=50$（间）．

所以当 x=100 时，能吸引更多的游客，则每个房间的定价为 200+100=300（元）．

答：每间客房的定价应为 300 元．

【点评】本题考查了一元二次方程的应用．解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程，再求解．

27．问题呈现：

如图 1，⊙O 是 Rt△ABC 的外接圆，∠ABC=90°，弦 BD=BA，BE⊥DC 交 DC 的延长线于点 E．求证：BE 是⊙O 的切线．

问题分析：

连接 OB，要证明 BE 是⊙O 的切线，只要证明 OB<u> ⊥ </u>BE，由题意知∠E=90°，故只需证明 OB<u> ∥ </u>DE．

解法探究：

（1）小明对这个问题进行了如下探索，请补全他的证明思路：

如图 2，连接 AD，由∠ECB 是圆内接四边形 ABCD 的一个外角，可证∠ECB=∠BAD，因为 OB=OC，所以<u> ∠CBO=∠BCO </u>，因为 BD=BA，所以<u> ∠BAD=∠BDA </u>，利用同弧所对的圆周角相等和等量代换，得到<u> ∠ECB=∠CBO </u>，所以 DE∥OB，从而证明出 BE 是⊙O 的切线．

（2）如图 3，连接 AD，作直径 BF 交 AD 于点 H，小丽发现 BF⊥AD，请说明理由．

（3）利用小丽的发现，请证明 BE 是⊙O 的切线．（要求给出两种不同的证明方法）．

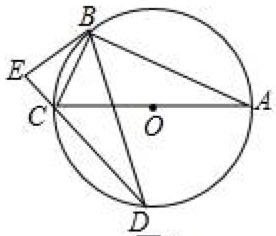


图1

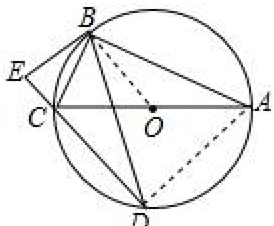


图2

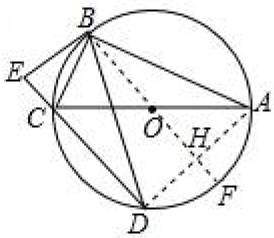
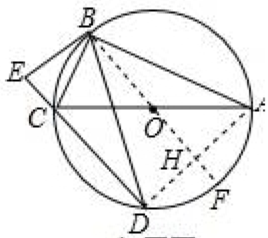


图3



备用图

【考点】圆的综合题．

【分析】问题分析：直接得出结论即可；

解法探究：（1）根据证明方法直接写出结论；

（2）先判断出 OD=OA，再用垂径定理即可得出结论；

（3）方法 1，先判断出 AC 是⊙O 的直径，进而判断出四边形 BEDH 是矩形即可；

方法 2，先判断出 AH=DH，再判断出 AC 是⊙O 的直径，进而判断出 OH 是△ACD 的中位线，即可得出 DE∥OB，即可得出结论；

【解答】解：问题分析：

故答案为：⊥，∥；

解法探究：

（1）故答案为：∠CBO=∠BCO，∠BAD=∠BDA，∠ECB=∠CBO；

（2）如图 3，

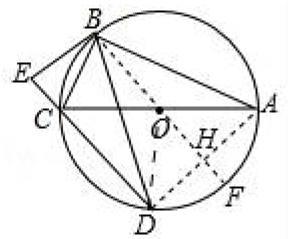


图3

连接 OD，

∴OD=OA，

∵BD=BA，

∴BF 垂直平分 AD，

即：BF⊥AD（垂径定理），

（3）方法 1，∵BF⊥AD，

∴∠BHD=90°，

∵∠ABC=90°，

∴AC 是⊙O 的直径，

∴∠ADC=90°，

∵∠E=90°，

∴四边形 BEDH 是矩形，

∴∠EBO=90°，

∴BE 是⊙O 的切线；

方法 2，∵BF⊥AD，

∴AH=DH（垂径定理），

∵∠ABC=90°，

∴AC 是⊙O 的直径，

∴AO=CO，

∴OH 是△ACD 的中位线，

∴OH∥DC，

即：DE∥OB，

∵∠E=90°，

∴∠EBO=90°，

∴BE 是⊙O 的切线.

【点评】此题是圆的综合题，主要考查了圆的性质，垂径定理，切线的判定，矩形的判定和性质，三角形的中位线，解本题的关键是∠EBO=90°，本题（3）还可以通过证明∠OBD=∠BDC 来证明结论，还可以通过证明∠BOC=∠DCO 来证明结论.