

杭州市拱墅区 2014 年中考一模数学试卷

考生须知：

本试卷分试题卷和答题卷两部分。满分 120 分，考试时间 100 分钟。

答题时，不能使用计算器，在答题卷指定位置内写明校名，姓名和班级，填涂考生号。

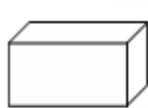
所有答案都做在答题卡标定的位置上，请务必注意试题序号和答题序号相对应。

参考公式：抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点坐标 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$

一、仔细选一选（本题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

下面每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确选项前的字母在答题卡中相应的方框内涂黑。注意可以用多种不同的方法来选取正确答案。

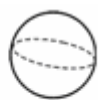
1. 下列几何体中，主视图相同的是（ ）



① 长方体



② 圆柱体



③ 球体



④ 三棱柱

A. ②④

B. ②③

C. ①②

D. ①④

2. 下列计算正确的是（ ）

A. $a^3 + a^2 = a^5$ B. $(3a-b)^2 = 9a^2 - b^2$ C. $a^6b \div a^2 = a^3b$ D. $(-ab^3)^2 = a^2b^6$

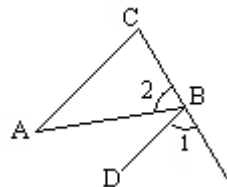
3. 如图，已知 $BD \parallel AC$ ， $\angle 1 = 65^\circ$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的大小是（ ）

A. 40°

B. 50°

C. 75°

D. 95°



4. 已知两圆的圆心距 $d = 3$ ，它们的半径分别是一元二次方程 $x^2 - 5x + 4 = 0$ 的两个根，这两圆的位置关系是（ ）

A. 外切

B. 内切

C. 外离

D. 相交

5. 用 1 张边长为 a 的正方形纸片，4 张边长分别为 a 、 b ($b > a$) 的矩形纸片，4 张边长为 b 的正方形纸片，正好拼成一个大正方形(按原纸张进行无空隙、无重叠拼接)，则拼成的大正方形边长为（ ）

A. $a + b + 2ab$

B. $2a + b$

C. $a^2 + 4ab + 4b^2$

D. $a + 2b$

6. 下列说法正确的是（ ）

A. 中位数就是一组数据中最中间的一个数

B. 9, 8, 9, 10, 11, 10 这组数据的众数是 9

C. 如果 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的平均数是 a ，那么 $(x_1 - a) + (x_2 - a) + \dots + (x_n - a) = 0$

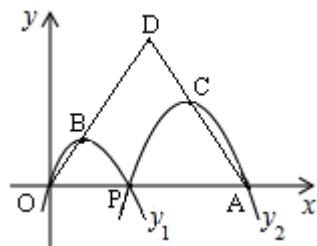
D. 一组数据的方差是这组数据与平均数的差的平方和

7. 若 $\sqrt{a^2 - 4a + 1} + 1 - 4b + 4b^2 = 0$, 则 $a^2 + \frac{1}{a^2} + b =$ ()

- A. 12 B. 14.5 C. 16 D. $6 + 2\sqrt{3}$

8. 如图, 已知点 A (4, 0), O 为坐标原点, P 是线段 OA 上任意一点 (不含端点 O, A), 过 P、O 两点的二次函数 y_1 和过 P、A 两点的二次函数 y_2 的图象开口均向下, 它们的顶点分别为 B、C, 射线 OB 与射线 AC 相交于点 D. 当 $\triangle ODA$ 是等边三角形时, 这两个二次函数的最大值之和等于 ()

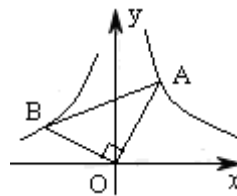
- A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{4}{3}\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{3}{2}\sqrt{3}$



9. 如图, 已知第一象限内的点 A 在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 上, 第二象限的点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 上, 且 $OA \perp OB$, $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 k 的值为 ()

且 $OA \perp OB$, $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 k 的值为 ()

- A. -3 B. -4 C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$



10. 阅读理解: 我们把对非负实数 x “四舍五入”到个位的值记为 $\langle x \rangle$, 即当 n 为非负整数时,

若 $n - \frac{1}{2} \leq x < n + \frac{1}{2}$, 则 $\langle x \rangle = n$. 例如: $\langle 0.67 \rangle = 1$, $\langle 2.49 \rangle = 2$, 给出下列关于 $\langle x \rangle$ 的

问题: ① $\langle \sqrt{2} \rangle = 2$; ② $\langle 2x \rangle = 2 \langle x \rangle$; ③当 m 为非负整数时, $\langle m + 2x \rangle = m + \langle 2x \rangle$;

④若 $\langle 2x - 1 \rangle = 5$, 则实数 x 的取值范围是 $\frac{11}{4} \leq x < \frac{13}{4}$; ⑤满足 $\langle x \rangle = \frac{3}{2}x$ 的非负实数 x 有三个.

其中正确结论的个数是 ()

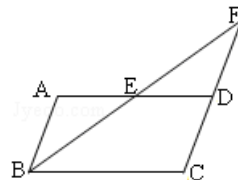
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二. 认真填一填 (本题有 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

要注意认真看清题目的条件和要填写的内容, 尽量完整地填写答案.

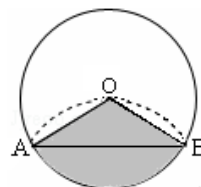
11. 某班随机抽取了 8 名男同学测量身高, 得到数据如下 (单位 m): 1.72, 1.80, 1.76, 1.77, 1.70, 1.66, 1.72, 1.79, 则这组数据的: (1) 中位数是_____; (2) 众数是_____.

12. 如图, 在平行四边形 ABCD 中, E 是 AD 边上的中点, 连接 BE, 并延长 BE 交 CD 延长线于点 F, 则 $\triangle EDF$ 与 $\triangle BCF$ 的周长之比是_____.



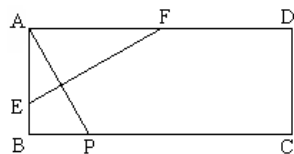
13. 把 $\sin 60^\circ$ 、 $\cos 60^\circ$ 、 $\tan 60^\circ$ 按从小到大顺序排列, 用 “<” 连接起来_____.

14. 将半径为 4 cm 的圆形纸片沿 AB 折叠后, 圆弧恰好能经过圆心 O, 用图中阴影部分的扇形围成一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的高为_____cm.



15. 已知 $\odot P$ 的半径为1, 圆心 P 在抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 上运动, 当 $\odot P$ 与 x 轴相切时, 圆心 P 的坐标为_____.

16. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=5$, 点 P 在线段 BC 上运动, 现将纸片折叠, 使点 A 与点 P 重合, 得折痕 EF (点 E 、 F 为折痕与矩形边的交点), 设 $BP=x$, 当点 E 落在线段 AB 上, 点 F 落在线段 AD 上时, x 的取值范围是_____.



三. 全面答一答 (本题有7个小题, 共66分)

解答应写出文字说明, 证明过程或推演步骤. 如果觉得有的题目有点困难, 那么把自己能写出的解答写出一部分也可以.

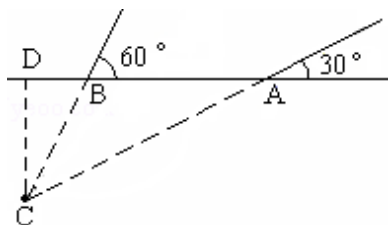
17. (本小题6分)

(1) 先化简, 再求值: $(1+a)(1-a) + (a+2)^2$, 其中 $a = \frac{1}{4}$.

(2) 化简 $\frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x}$.

18. (本小题8分)

2014年3月, 某海域发生沉船事故. 我海事救援部门用高频海洋探测仪进行海上搜救, 分别在 A 、 B 两个探测点探测到 C 处疑是沉船点. 如图, 已知 A 、 B 两点相距200米, 探测线与海平面的夹角分别是 30° 和 60° , 试求点 C 的垂直深度 CD 是多少米. (精确到米, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



19. (本小题 8 分)

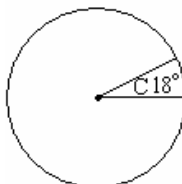
(1)在一次考试中, 李老师从所教两个班全体参加考试的 80 名学生中随机抽取了 20 名学生的答题卷进行统计分析. 其中某个单项选择题答题情况如下表(没有多选和不选):

①根据表格补全扇形统计图(要标注角度和对应选项字母, 所画扇形大致符合即可);

②如果这个选择题满分是 3 分, 正确的选项是 D, 则估计全体学生该题的平均得分是多少?

选项	A	B	C	D
选择人数	4	2	1	13

各选项人数所占比例统计图



(2)将分别写有数字 4、2、1、13 的四张形状质地相同的卡片放入袋中, 随机抽取一张, 记下数字放回袋中, 第二次再随机抽取一张, 记下数字:

①请用列表或画树状图方法 (用其中一种), 求出两次抽出卡片上的数字有多少种等可能结果;

②设第一次抽得的数字为 x , 第二次抽得的数字为 y , 并以此确定点 $P(x, y)$, 求点 P 落在双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 上的概率.

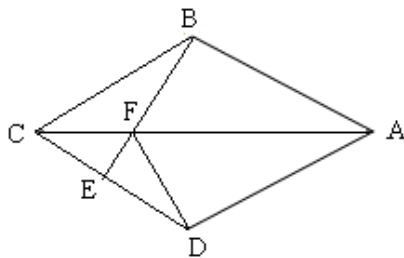
20. (本小题 10 分)

如图, 在四边形 ABCD 中, $AB=AD$, $CB=CD$, E 是 CD 上一点, 连结 BE 交 AC 于点 F, 连结 DF.

(1)证明: $\triangle ABF \cong \triangle ADF$;

(2)若 $AB \parallel CD$, 试证明四边形 ABCD 是菱形;

(3)在(2)的条件下, 又知 $\angle EFD = \angle BCD$, 请问你能推出什么结论? (直接写出一个结论, 要求结论中含有字母 E)



21. (本小题 10 分)

为控制 H7N9 病毒传播, 某地关闭活禽交易, 冷冻鸡肉销量上升. 某公司在春节期间采购冷冻鸡肉 60 箱销往城市和乡镇. 已知冷冻鸡肉在城市销售平均每箱的利润 y_1 (百元) 与销售数量 x (箱) 的关系为

$$y_1 = \begin{cases} \frac{1}{10}x + 5 & (0 < x \leq 20) \\ -\frac{1}{40}x + 7.5 & (20 \leq x < 60) \end{cases}, \text{ 在乡镇销售平均每箱的利润 } y_2 \text{ (百元) 与销售数量 } t \text{ (箱) 的关系为}$$

$$y_2 = \begin{cases} 6 & (0 < t \leq 30) \\ -\frac{1}{15}t + 8 & (30 \leq t < 60) \end{cases}.$$

(1) t 与 x 的关系是 _____; 将 y_2 转换为以 x 为自变量的函数, 则 $y_2 =$ _____;

(2) 设春节期间售完冷冻鸡肉获得总利润 W (百元), 当在城市销售量 x (箱) 的范围是 $0 < x \leq 20$ 时, 求 W 与 x 的关系式; (总利润 = 在城市销售利润 + 在乡镇销售利润)

(3) 经测算, 在 $20 < x \leq 30$ 的范围内, 可以获得最大总利润, 求这个最大总利润, 并求出此时 x 的值.

22. (本小题 12 分)

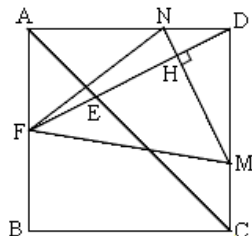
如图, 在一个边长为 9cm 的正方形 ABCD 中, 点 E、M 分别是线段 AC、CD 上的动点, 连结 DE 并延长交正方形的边于点 F, 过点 M 作 $MN \perp DF$ 于点 H, 交 AD 于点 N. 设点 M 从点 C 出发, 以 1cm/s 的速度沿 CD 向点 D 运动; 点 E 同时从点 A 出发, 以 $\sqrt{2}$ cm/s 速度沿 AC 向点 C 运动, 运动时间为 t ($t > 0$):

(1) 当点 F 是 AB 的三等分点时, 求出对应的时间 t ;

(2) 当点 F 在 AB 边上时, 连结 FN、FM:

① 是否存在 t 值, 使 $FN = MN$? 若存在, 请求出此时 t 的值; 若不存在, 请说明理由;

② 是否存在 t 值, 使 $FN = FM$? 若存在, 请求出此时 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



23. (本小题 12 分)

如图, 点 P 是直线: $y = 2x - 2$ 上的一点, 过点 P 作直线 m , 使直线 m 与抛物线 $y = x^2$ 有两个交点, 设这两个交点为 A 、 B :

(1) 如果直线 m 的解析式为 $y = x + 2$, 直接写出 A 、 B 的坐标;

(2) 如果已知 P 点的坐标为 $(2, 2)$, 点 A 、 B 满足 $PA = AB$, 试求直线 m 的解析式;

(3) 设直线与 y 轴的交点为 C , 如果已知 $\angle AOB = 90^\circ$ 且 $\angle BPC = \angle OCP$, 求点 P 的坐标.

