

2014 年杭州市各类高中招生模拟考试（江干区）答案

一、 选择题

1. D
2. D
3. B
4. B
5. A
6. C
7. A
8. B
9. C
10. A

由 $CD=CF$ 易知 $\triangle CDE \cong \triangle CFE$, $ED=EF$, $\angle DEC = \angle FEC = \angle ECB$, $\therefore BE=BC$

设 $AE=x$, $ED=y$, $\therefore EF=y$, $BC=BE=x+y$, $BF=x$

由 $\triangle AEF \sim \triangle CBF$, 有 $\frac{x}{x+y} = \frac{y}{x}$, 可得 $y^2 + yx - x^2 = 0$, 则 $(\frac{y}{x})^2 + (\frac{y}{x}) - 1 = 0$

得 $\frac{y}{x} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $\therefore \frac{x+y}{x} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 则 $\frac{AE}{AD} = \frac{x}{x+y} = \frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

二、 填空题

11. -3
12. $5\tan 55^\circ$
13. $x=3$; $0 \leq x < 3$
14. 2
15. $\frac{100}{3}\pi \text{cm}^2$
16. 0 或 -1 或 $-\frac{1}{2}$

解析: 过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E, 知直线平分梯形必过矩形 BCOE 的中心 (2, 1)

则求得 $k=1$, 函数为, $y=mx^2 - (3m+1)x + 2m+1 = (x-1)(mx-2m-1)$.

①当 $m=0$ 时满足题意, ②当 $m \neq 0$ 时, 若 $\frac{2m+1}{m} = 1$ 也满足, 此时, $m = -1$,

③当函数过点 O 时也满足, 此时, $2m+1=0$, 得 $m = -\frac{1}{2}$

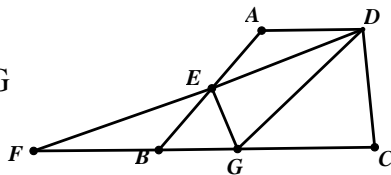
三、 解答题

17. (1) 略

(2) 易知 $\triangle ADE \cong \triangle BFE$, 得 $ED = EF$, $\angle ADE = \angle EFG$

又知 $\angle ADE = \angle FDG$, 有 $DG = FG$

$\therefore EG \perp DF$



18.解: 知 $(2m-6) \geq 0$ 得 $m \geq 3$, 且 $(2m-6)^2 = (m-2)^2$ 得 $m=4$ 或 $m=\frac{8}{3}$ (不符舍去)

$\therefore m$ 的值为 4

19.解: (1) 共能得到 $5^2=25$ 个数组

(2) 知有 $x^2 + y^2 < 4$, 则有 x, y 中不包含的绝对值为 2 的数组共 $3^2=9$ 个

则概率为 $\frac{9}{25}$

20. 解: (1) 知直线 AB 的解析式为 $y = -x - 1$, C 的坐标为 $(2, 0)$ 平移后过点 C 的直线解析式为 $y = -x + 2$, 得 $m > 2 - (-1) = 3$ 即 $m > 3$

(2) AB 最短时有 $AB \perp CD$, 知 $AC=3$, $AB=2BC$, 得 $AB=\frac{6\sqrt{5}}{5}$, 求得 B 的坐标为 $(\frac{7}{5}, -\frac{6}{5})$

21.解: (1) 证明略

(2) 易证: $CE=BE$, $AB \perp BD$ (由相似和 $AB=AC$ 可得)

$$BE=CE=4, \quad BD = \frac{BE}{\cos \angle DBE} = 4 \times \frac{3}{2} = 6, \quad \text{得 } ED=2\sqrt{5}, \quad AE = \frac{BE^2}{ED} = \frac{4^2}{2\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

22.解:

$\because P(a, -a^2 + \frac{7}{2}a + m)$ (a 为任意实数) 在抛物线上, 则

抛物线的解析式为 $y = -x^2 + \frac{7}{2}x + m$, A 为 $(0, m)$, D 为 $(2, 2k+b)$, E 为 $(2, m+3)$

(1) 当 $m=2$ 时, A 为 $(0, 2)$, B 为 $(4, 0)$, C 为 $(-\frac{1}{2}, 0)$

直线 AB 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 2$

② F 为 $(t, 2 - \frac{1}{2}t)$ G 为 $(t, -t^2 + \frac{7}{2}t + 2)$, E 为 $(2, 5)$, D 为 $(2, 1)$

则 $FG = -t^2 + \frac{7}{2}t + 2 - (2 - \frac{1}{2}t) = -t^2 + 4t$, $DE=4$

由题意得 $-t^2 + 4t = 3$, $t=1$ 或 $t=3$

(2) 过点 O 作 $OM \perp AE$ 交直线 AE 于点 M , 由题意得 $OM=X_E=2$, E 的坐标为 $(2, m+3)$

, $A(0, m)$, $OA=m$.

$\because OE$ 平分 $\angle AED$

$\therefore \angle AEO = \angle DEO$

又 $\because y$ 轴平行于直线 $x=2$

$\therefore \angle DEO = \angle AOE$

$\therefore \angle AEO = \angle AOE$, $AE = AO = m$

$$\because EM = y_E = m + 3,$$

$$\therefore AM = EM - AE = (m + 3) - m = 3$$

$$\therefore OA = m = \sqrt{AM^2 + OM^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}, \text{ 即 } m = \sqrt{13}.$$

23.解: (1) 易证 $\triangle ADF \cong \triangle CDE$ 即得

(2) 当 E 在线段 BC 上时, 即 $0 < x < 4$ 时

从 E 作 EP 垂直 BC, 交 AC 于 P,

因为 $AF \perp BC$, $EP \perp BC$,

所以 $AF \parallel EP$, $\angle AFM = \angle PEM$, $\angle FAM = \angle EPM$

因为 P 在 AC 上, $\angle ECP = 45^\circ$, 所以 $CE = PE$

又因为 $AF = CE$, 所以 $AF = PE$, 在 $\triangle AFM$ 和 $\triangle PEM$ 中,

$\angle AFM = \angle PEM$, $\angle FAM = \angle EPM$, $AF = PE$

所以 $\triangle AFM \cong \triangle PEM$. 因此 $MF = ME$

则 $\triangle MFA$ 中 AF 上的高为 BE 的一半 $= \frac{1}{2}(4 - x)$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x \cdot \frac{1}{2}(4 - x) = -\frac{1}{4}x^2 + x \quad (0 < x < 4)$$

当 E 在线段 CB 延长线时, 类似可得到 $y = \frac{1}{4}x^2 - x \quad (x > 4)$, 所以综上

$$y = \begin{cases} -\frac{1}{4}x^2 + x & (0 < x < 4) \\ \frac{1}{4}x^2 - x & (x > 4) \end{cases}$$

(3) 当 E 在线段 BC 上时,

由三角形全等可得 $DE = DF$, 所以 $\triangle DEF$ 为等腰直角三角形, $\angle DEF = 45^\circ$

由 M 为 EF 中点, 所以 $DM \perp EF$.

故 $\angle MDE = 45^\circ$

$\angle CMD$ 为 $\triangle AMD$ 的外角, $\angle CMD = \angle MDA + \angle DAC = \angle MDA + 45^\circ$

$\angle ADN = \angle MDA + \angle MDE = \angle MDA + 45^\circ$

所以 $\angle CMD = \angle ADN$

$\angle DCM = \angle DAN = 45^\circ$

因此 $\triangle MCD \sim \triangle DAN$

MC: DA = DC: NA

$$MC \times NA = DA \times DC = 4 \times 4 = 16$$

因此 NA 和 MC 的乘积不发生变化

当 E 在线段 CB 延长线时, 类似可证 $MC \times NA = DA \times DC = 4 \times 4 = 16$.

所以因此 NA 和 MC 的乘积不发生变化, $NA \cdot MC = 16$